



Ângela Ladeira

Práticas do professor que potenciam discussões coletivas produtivas

Dissertação de Mestrado em Educação
Pré-Escolar e Ensino do 1.º ciclo do Ensino Básico

Relatório de Projeto de Investigação

Fevereiro de 2015



Ângela Ladeira

**Práticas do professor que
potenciam discussões coletivas
produtivas**

Tese orientada pela Professora Doutora
Catarina Raquel Santana Coutinho Alves
Delgado

Dissertação de Mestrado em Educação
Pré-Escolar e Ensino do 1.º ciclo do Ensino Básico

Relatório de Projeto de Investigação

Fevereiro de 2015

Resumo

Esta investigação tem como objetivo descrever e analisar as minhas práticas de seleção/adaptação/construção de tarefas de matemática e de orquestração de discussões coletivas produtivas dessas tarefas. Mais concretamente, visa identificar e compreender as preocupações que sobressaem e os desafios que colocam quando me envolvo neste tipo de trabalho.

A fundamentação teórica inclui três temáticas: (i) O ensino exploratório, salientando aspetos importantes inerentes ao papel do professor nesta perspetiva de ensino da Matemática, (ii) As tarefas, discutindo o seu significado, a importância da escolha das tarefas e a sua classificação e (iii) As práticas de orquestração de discussões coletivas produtivas.

O estudo segue uma metodologia de cariz qualitativo e constitui uma investigação sobre a minha própria prática. A recolha de dados incluiu a observação participante e a análise documental. Os participantes deste estudo correspondem à investigadora e aos alunos da turma 29 da Escola Básica N.º1/Jardim de Infância Professor Bento Jesus Caraça.

Os resultados deste estudo apontam para a escolha das tarefas, que potenciem o uso de diversas estratégias, que não sejam muito difíceis e que despertem o interesse dos alunos, aspetos que, simultaneamente, revelam constituir os principais desafios nas práticas de seleção/adaptação/construção de tarefas. No que se refere à orquestração de discussões coletivas produtivas, são vários os aspetos associados às práticas de antecipar, monitorizar, selecionar e sequenciar estratégias de resolução das tarefas, que se vão atenuando ao longo do desenvolvimento do projeto. Para além destas, destacam-se, também, preocupações associadas à gestão da apresentação e da discussão das resoluções dos alunos. Os principais desafios surgem associados a este momento de trabalho em torno das tarefas e ao estabelecimento de conexões entre as estratégias dos alunos.

Palavras-chave: Tarefas; Comunicação matemática; Orquestração de discussões coletivas produtivas; Práticas do professor

Abstract

This research aims to describe and analyze my practices of selection / adaptation / construction math assignments and orchestration of productive collective discussions of these tasks. More specifically, it aims to identify and understand the aspects of the concerns and challenges that stand that place when I get involved in this type of work.

The theoretical framework includes three themes: (i) the exploratory teaching, highlighted important aspects inherent in the teacher's role in teaching mathematics of perspective, (ii) the tasks, discussing its meaning, its importance to the students' learning and their classification and (iii) the productive collective discussions orchestration practices.

The study follows a qualitative nature and methodology is an investigation on my own practice. Data collection included participant observation and document analysis. The participants in this study correspond to the researcher and the students of class 29 of the Basic School No.1 / Kindergarten Teacher Bento Jesus Caraça.

The results of this study point to the choice of tasks, maximizing the use of various strategies, it is not too difficult and that arouse students' interest, aspects that simultaneously reveal constitute the main challenges in the practice of selection / adaptation / construction tasks. With regard to the orchestration of productive group discussions, several aspects associated with the practices anticipate, monitor, select and sequence of tasks solving strategies, which will attenuate along the project development. In addition to these, the highlights are also concerns associated with managing the presentation and discussion of the resolutions of the students. The main challenges arise for this time to work around the tasks and the establishment of connections between students' strategies.

Keywords: Tasks; Mathematical communication; Orchestration of productive group discussions; Teacher Practices

Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Catarina Delgado, pelo seu apoio, pelas sugestões e críticas que ajudaram a formar este trabalho e sobretudo pela motivação e compreensão que me prestou durante a realização deste relatório.

Aos meus pais, que sempre acreditaram e depositaram muito orgulho em mim.

Ao Pedro, que foi acompanhando este trabalho com todo o amor.

À professora Helena Teixeira, que me ajudou durante todo o período de estágio e que permitiu o desenvolvimento deste estudo.

Aos alunos da turma 29, pois sem eles era impossível realizar esta investigação e pela cooperação mostrada.

Às minhas amigas de coração, Cristina, Teresa e Tânia, pelo apoio e palavras de encorajamento.

À minha sobrinha Íris, que apesar de tão pequena e sem saber, era a única que me animava nos dias de mais *stress*.

Índice

CAPÍTULO I – Introdução.....	1
1.1. Motivações, objetivos e questões do estudo	1
1.2. Pertinência do estudo	3
1.3. Organização geral do estudo	4
CAPÍTULO II – Fundamentação teórica.....	7
2.1. O ensino exploratório.....	7
2.2. Tarefas	10
2.2.1. Significado e importância da escolha das tarefas	10
2.2.2. Tipos de tarefas.....	12
2.2.3. Problemas	14
2.3. Comunicação matemática e discussão coletiva das tarefas	17
2.3.1. Significado e formas de comunicação	17
2.3.2. Importância da comunicação matemática na sala de aula	19
2.3.3. Papel do professor na promoção da comunicação matemática	20
2.3.4. Discussões coletivas das tarefas	22
2.3.5. As cinco práticas de orquestração de discussões coletivas de Stein et al. (2008)	24
CAPÍTULO III – Metodologia.....	29
3.1. Opção metodológica	29
3.2. Contexto do estudo	30
3.3. Técnicas de recolha de dados.....	31
3.3.1. Observação participante	31
3.3.2. Recolha documental	32
3.4. Análise dos dados	33
3.5. Proposta Pedagógica	34
3.5.1. As tarefas	34

3.5.2. Modalidade de trabalho adotada na exploração das tarefas	35
CAPÍTULO IV – Análise de dados	37
4.1. A escolha das tarefas.....	37
Tarefa 1	38
Tarefa 2	39
Tarefa 3	40
Tarefa 4	40
Tarefa 5	41
Tarefa 6	42
Tarefas 7 , 8 e 9	42
Tarefa 10.....	44
Tarefa 11	45
4.1.1. Preocupações subjacentes à escolha das tarefas	46
4.1.2. Desafios que se colocam na escolha das tarefas.....	48
4.2. As práticas de orquestração de discussões coletivas	49
4.2.1. A antecipação das resoluções dos alunos	49
As primeiras três tarefas	49
As Restantes tarefas (da 4 à 11)	51
Desafios	58
4.2.2. A monitorização das resoluções dos alunos	60
Desafios	62
4.2.3. A seleção das resoluções dos alunos	65
Desafios	67
4.2.4. A sequencianção das resoluções dos alunos.....	69
Desafios	70
4.2.5. A gestão da apresentação e da discussão das resoluções dos alunos.....	71
Desafios	74

4.2.6. O estabelecimento de conexões entre as estratégias.....	75
Desafios	76
CAPÍTULO V – Conclusão.....	77
5.1. Conclusões da investigação	77
5.1.1. Preocupações que orientam a seleção/adaptação/construção das tarefas .	78
5.1.2. Desafios que se colocam na seleção/adaptação/construção das tarefas ...	79
5.1.3. Aspetos que se destacam nas práticas de orquestração de discussões coletivas	80
5.1.4. Desafios que se colocam nas práticas de orquestração das discussões coletivas	82
5.2. Reflexão sobre o desenvolvimento do projeto.....	83
Referências bibliográficas	87
Anexos.....	91
Registo inicial do problema 1	91
Registo inicial do problema 2	92
Registo inicial do problema 3	93

Índice de figuras

Figura 1 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005, p. 18)	12
Figura 2 - Diversos tipos de tarefas, quanto à duração (Ponte, 2005, p. 20)	13
Figura 3 - Diagrama esquemático das cinco práticas, em que cada prática depende das práticas anteriores (Stein, et al. 2008)	27
Figura 4 - Enunciado da tarefa 1 – Viagem à Serra da Arrábida.....	38
Figura 5 - Enunciado da tarefa 2 – Os autocarros	39
Figura 6 - Enunciado da tarefa 3 – O gelado do João.....	40
Figura 7 - Enunciado da tarefa 4 – As batatas que chegaram à escola.....	41
Figura 8 - Enunciado da tarefa 5 – Pacotes de leite.....	41
Figura 9 - Enunciado da tarefa 6 – Os berlines	42
Figura 10 - Enunciado da tarefa 7 – Vamos comprar cromos (1)	43
Figura 11 - Enunciado da tarefa 8 – Vamos comprar cromos (2)	43
Figura 12 - Enunciado da tarefa 9 – Vamos comprar cromos (3)	43
Figura 13 – Enunciado da tarefa 10 – Quantos tipos de sandes?	44
Figura 14 – Enunciado da tarefa 11 – Quantos menus?	45
Figura 15 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 4	51
Figura 16 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 5	52
Figura 17 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 7	54
Figura 18 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 8	55
Figura 19 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 10	56
Figura 20 - Procedimento errado utilizado pela Melany e pela Alexandra na tarefa 5 ..	57
Figura 21 - Estratégia utilizada pela Fabiana na tarefa 4	58
Figura 22 - Estratégia utilizada pela Catarina na tarefa 4.....	58
Figura 23 - Estratégia nova utilizada pelo António e pela Jéssica Graça.....	59
Figura 24 - Estratégia nova utilizada pelo António, Luís e Daniel	60
Figura 25 - Alunos a resolverem/explorarem a tarefa	61
Figura 26 - Quadro com os nomes dos alunos	62
Figura 27 - Procedimento errado utilizado pela Cristiana.....	66
Figura 28 - Procedimento errado utilizado pelo Luís	66
Figura 29 - Estratégia utilizada pelo Luís, apresentada no quadro.....	67
Figura 30 - Estratégia utilizada pela Ana Cristina.....	68

Figura 31 - Sequência das estratégias apresentadas da tarefa 4	69
Figura 32 - Estratégia utilizada pela Beatriz e pela Daiana.....	70
Figura 33 - Estratégia utilizada pela Carolina e pela Cristiana	71

Índice de tabelas

Tabela 1 - Calendarização das tarefas	35
Tabela 2 - Opções de resposta da tarefa 2	50

CAPÍTULO I – Introdução

1.1. Motivações, objetivos e questões do estudo

Este projeto de investigação foca-se nas práticas do professor de seleção/adaptação/construção de tarefas de Matemática e na orquestração de discussões coletivas produtivas dessas tarefas. As motivações que me levaram a escolher este tema estão associadas a dois aspetos – com o contexto de estágio, nomeadamente com as dificuldades dos alunos e com as práticas habituais de aprendizagem da Matemática e meu gosto pela área da Matemática, e, consequentemente pelo seu ensino.

A turma onde estagiei é da Escola Básica Nº1/Jardim de Infância Professor Bento Jesus Caraça, mais conhecida como Escola do Peixe Frito, que pertence ao Agrupamento Vertical de Escola Ordem de Sant'Iago. É uma turma de 3.º ano de escolaridade composta por 19 alunos, sendo que um deles apresenta necessidades educativas especiais. Esta turma revela algumas dificuldades na área da Matemática e alguns dos alunos mostram alguma desmotivação para a sua aprendizagem. Após a resolução das tarefas nesta área, não era hábito participarem em discussões coletivas sobre eventuais estratégias diferentes que teriam surgido na sua resolução. Este projeto, constituiria, assim, uma oportunidade de envolver estes alunos numa experiência de aprendizagem da Matemática que não era comum e que poderia ajudá-los a ultrapassar algumas das suas dificuldades, em particular na resolução de problemas.

Enquanto aluna sempre gostei de Matemática, talvez por sempre ter sentido alguma facilidade nesta área. Ainda assim, uns anos gostava mais da disciplina e outros menos. Tive, efetivamente, professores com práticas muito distintas. Uns optavam pelo ensino tradicional, em que após a explicação dos conceitos, propunham um conjunto de exercícios a que se seguia a respetiva resolução. Outros preocupavam-se em motivar os alunos para esta disciplina e tentavam envolver os alunos em tarefas matemáticas mais interessantes, como a resolução de problemas e de investigação. Apesar de me ir apercebendo destas diferenças ao longo do meu percurso escolar, foi da minha formação como futura professora que fui tomando consciência das implicações das opções de ensino do professor na aprendizagem dos alunos e no gosto que, eventualmente, desenvolvem por esta área. Durante a minha formação inicial fui-me apercebendo da

importância das primeiras aprendizagens na relação que os alunos desenvolvem com esta disciplina ao longo da vida e de aspetos que podem torná-la mais interessante e que podem conduzir a aprendizagens significativas. Este projeto surge como uma oportunidade de colocar em prática, na sala de aula, algumas das perspetivas que fui criando acerca do ensino da Matemática e, de uma forma organizada e aprofundada, refletir sobre aspetos que sobressaem na minha prática e sobre os desafios com que me deparo quando escolho tarefas para propor aos alunos e quando organizo e giro as discussões coletivas sobre as mesmas.

A escolha pelas discussões coletivas surge, por um lado, por me aperceber que é um momento importante para o desenvolvimento da comunicação matemática na sala de aula. Recordo-me que a primeira vez que ouvi falar nesta expressão foi numa das unidades curriculares da minha Licenciatura em Educação Básica e achei muito interessante e importante, como é referido por vários autores (Boavida, 2008; Guerreiro, 2010; Mamede, 2011; Ponte, 2005). Por outro lado, por uma certa curiosidade de querer perceber mais sobre as discussões coletivas, em particular sobre os desafios que são colocados ao professor quando se encontra no momento de discussões coletivas.

Tendo em conta estes dois motivos, este projeto tem como objetivo descrever e analisar as minhas práticas de seleção/adaptação/construção de tarefas de Matemática e de orquestração de discussões coletivas dessas tarefas. Mais concretamente, visa responder às seguintes questões:

- Que preocupações orientam a seleção/adaptação/construção das tarefas?
- Que desafios se colocam na seleção/adaptação/construção das tarefas?
- Que aspetos se destacam nas práticas de orquestração de discussões coletivas?
- Que desafios se colocam no desenvolvimento das práticas de orquestração de discussões coletivas?

Em duas das questões apresentadas, é referida a palavra desafio e por isso acho importante referir o que entendo por desafio neste projeto. Portanto no meu estudo, um desafio irá ser considerado como uma dificuldade, um receio, uma ambivalência, uma dúvida ou até mesmo uma surpresa (Delgado, 2013).

1.2. Pertinência do estudo

A pertinência da realização deste estudo é justificada por duas ordens de razão: uma relaciona-se com questões profissionais futuras, a outra, pela importância do tema no âmbito da investigação em Educação Matemática.

Em relação ao motivo profissional, penso que com este tema ficarei mais rica como profissional, ou seja, irei aprofundar os meus conhecimentos acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática, em particular acerca das características de tarefas que envolvem os alunos na sua resolução e promovem o surgimento de diferentes estratégias e do papel do professor na orquestração de discussões coletivas. Mas, acima de tudo, constituirá uma reflexão sobre os desafios de que se reveste este tipo de trabalho do professor, tendo por base a minha própria prática.

Relativamente à pertinência do tema no âmbito da investigação em Educação Matemática, destaco como ideia central a importância da realização de estudos sobre as práticas do professor, nomeadamente sobre as que se relacionam com as tarefas. Ao pretender estudar as práticas de seleção/adaptação/construção e de orquestração de discussões coletivas, este estudo poderá contribuir para uma melhor compreensão dos desafios e preocupações que se colocam ao professor nestes momentos de trabalho em torno das tarefas.

O valor atribuído ao estudo das práticas letivas do professor decorre do reconhecimento de que estas estão associadas à qualidade da aprendizagem dos alunos, aspeto que, aliás, tem sido alvo de diversos estudos. Por exemplo, Boavida, Cebola, Paiva, Pimentel e Vale (2008) salientam a importância da escolha das tarefas na aprendizagem dos alunos, afirmando que “uma escolha cuidadosa das tarefas a propor aos alunos tem um papel importante na criação de oportunidades ricas de comunicação” (p. 64).

Também as discussões coletivas se revestem de grande importância dado que constituem um momento privilegiado de trabalho em torno das tarefas que desenvolve a comunicação matemática (Ponte, Guerreiro, Cunha, Duarte, Martinho, Martins, Menezes, Menino, Pinto, Santos, Varandas, Veia & Viseu, 2007). Efetivamente, “uma comunicação na sala de aula baseada na partilha de ideias matemáticas, permite a interação de cada aluno com as ideias expostas para se poder apropriar delas e aprofundar as suas” (Boavida et al., 2008, p. 61). É também um momento que

proporciona aos alunos o contacto com o essencial da atividade matemática e oferece ao professor bons indicadores sobre o processo de ensino e aprendizagem (Boavida et al., 2008).

Também não nos podemos esquecer que o desenvolvimento da capacidade de comunicação por parte do aluno é considerado um objetivo curricular importante, tanto pelo anterior programa de Matemática (ME, 2007), como pelo atual programa em vigor (ME, 2013). Assim a criação de oportunidades de comunicação adequadas parece ser assumido, pelos documentos de orientação curriculares oficiais, como um aspeto essencial no trabalho que se realiza na sala de aula.

As discussões coletivas propiciam o desenvolvimento da comunicação matemática em sala de aula, em que os alunos partilham ideias e significados matemáticos. Cabe, então ao professor ter em atenção todas as etapas que tem de preparar para conseguir tirar o melhor partido das discussões coletivas e também refletir sobre elas. O professor tem, assim, um papel fundamental na promoção de um ambiente de aprendizagem que favoreça as discussões coletivas e na escolha das tarefas que suscitem a discussão e a reflexão por parte dos alunos. Em particular, “a discussão dos problemas na turma proporciona momentos ricos de aprendizagem, especialmente quando se fazem sistematizações de ideias matemáticas e se estabelecem relações com outros problemas ou com extensões do mesmo problema” (ME, 2007, p. 29).

Dada a relevância do papel do professor em todos estes aspetos, torna-se assim, fundamental realizar estudos que permitam compreender quais são as preocupações dos professores que orientam as suas opções nas escolhas das tarefas e no momento de discussão coletiva das mesmas, assim como, compreender os desafios com que se deparam nestes momentos de trabalho em torno das tarefas.

1.3. Organização geral do estudo

Este relatório encontra-se organizado em cinco capítulos.

O primeiro corresponde ao presente capítulo, no qual exponho as motivações pessoais e profissionais, os objetivos, as questões e a pertinência do estudo.

O segundo capítulo inclui a fundamentação teórica sobre os seguintes pontos: (i) o ensino exploratório, (ii) as tarefas e (iii) a comunicação matemática e as discussões coletivas. No primeiro ponto são referidos os aspetos importantes do ensino exploratório sob o ponto de vista de vários autores. No segundo ponto discuto o significado, a importância da escolha das tarefas e os tipos de tarefas, dando uma maior importância aos problemas e à sua resolução. No terceiro ponto é feita uma discussão do significado de comunicação matemática na sala de aula, sobre a sua importância, o papel do professor na sua promoção, sobre o momento de discussão coletiva das tarefas enquanto momento privilegiado em que a comunicação matemática ocorre e sobre as cinco práticas de promoção das mesmas apresentadas por Stein, Engle, Smith, Hughes (2008).

No terceiro capítulo descrevo a metodologia do estudo, começando por justificar as opções metodológicas subjacentes a este estudo, caracterizar o contexto e referir os participantes no mesmo. Em seguida, fundamento as escolhas dos métodos utilizados para a recolha dos dados e termino com uma descrição dos procedimentos de intervenção, na qual incluo alguns pressupostos pedagógicos.

O quarto capítulo inclui a descrição e a análise dos dados, recolhidos ao longo da investigação. Este capítulo encontra-se organizado segundo as questões do estudo.

Finalmente, no quinto capítulo, apresento as conclusões do estudo e uma reflexão sobre o seu desenvolvimento.

CAPÍTULO II – Fundamentação teórica

Este capítulo inclui a fundamentação teórica associada ao desenvolvimento desta investigação, organizada em três secções: A primeira foca-se no ensino exploratório, perspectiva de ensino da matemática na qual me situo. A segunda secção, designada por tarefas, inclui uma discussão sobre o significado de tarefa, a importância da sua escolha criteriosa para a aprendizagem dos alunos, os vários tipos de tarefas e, em particular, os problemas. A terceira secção, intitulada comunicação matemática e discussões coletivas, apresenta e discute o significado e as formas de comunicação matemática, a importância da comunicação matemática, o papel do professor na promoção da comunicação matemática, a importância da discussão coletiva das tarefas e as cinco práticas de orquestração coletivas de Stein et al. (2008).

2.1. O ensino exploratório

O ensino exploratório distingue-se do ensino direto pelos papéis que o professor e os alunos desempenham, como as tarefas são propostas e geridas e como a comunicação é feita na sala de aula (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013). No ensino direto subsiste a ideia de transmissão do conhecimento em que o professor tem um papel muito importante, sendo um elemento que transmite informação aos alunos de uma forma clara, sistematizada e atrativa (Ponte, 2005).

Ponte (2005) refere que a característica principal do ensino-aprendizagem exploratório, é que o professor não explica tudo, para poder deixar os alunos descobrirem e construírem o conhecimento. Canavarro (2011) acrescenta ainda que “o ensino exploratório da Matemática defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva” (p. 11).

Stein et al. (2008) apresentam um modelo de como poderá decorrer uma aula de ensino exploratório: (i) lançamento da tarefa, (ii) exploração, e (iii) discussão e sintetização. A primeira fase, tal como é referida é nada mais que o lançamento de uma tarefa pelo professor, ou seja dar a conhecer a tarefa aos alunos. Segue-se a fase de

exploração em que os alunos trabalham nessa tarefa. Os alunos resolvem-na e o professor acompanha-os e apoia-os no seu trabalho em torno da tarefa. A última fase corresponde à discussão e síntese das várias estratégias apresentadas. Nesta fase, os alunos apresentam as suas estratégias à turma e o professor gere e incentiva essa discussão e sintetiza algumas ideias importantes associadas às estratégias apresentadas pelos alunos.

Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) referem também um modelo de como se realiza uma aula de ensino exploratório, muito semelhante ao modelo de Stein et al. (2008). Apenas separam a última fase em duas fases trocando a palavra “sintetização” para “sistematização”, pois estes autores consideram que a sistematização vai para além de um resumo da discussão das estratégias dos alunos, incluindo também uma reflexão sobre as aprendizagens efetuadas e o estabelecimento de conexões com aprendizagens anteriores. Assim, este modelo inclui: (i) a introdução da tarefa, (ii) a realização da tarefa, (iii) a discussão da tarefa e (iv) sistematização das aprendizagens matemáticas. Portanto, tal como no modelo de Stein et al. (2008), a primeira, segunda e terceira fases são iguais, em que a primeira fase consiste na apresentação da tarefa aos alunos, a segunda fase é onde os alunos trabalham e exploram a tarefa autonomamente e a terceira fase resume-se à apresentação e discussão das estratégias dos alunos. Na última fase os alunos reconhecem os conceitos e os procedimentos matemáticos e estabelecem conexões com aprendizagens anteriores.

Segundo Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) “a prática de ensino exploratório tem uma natureza marcadamente interativa e, como tal, não depende apenas da natureza da tarefa matemática e do objetivo com que é proposta ou da experiência anterior dos alunos” (p. 49). Na perspetiva destes autores depende incondicionalmente do modo como, na sala de aula, o professor explora as tarefas com os alunos. Tendo por base este modelo, Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) mencionam ações intencionais do professor na prática de ensino exploratório, tendo dois objetivos muito importantes, a promoção da aprendizagem matemática e a gestão da aula.

Na fase “introdução da tarefa” para a promoção da aprendizagem matemática, o professor deverá garantir a apropriação da tarefa pelos alunos e promover a adesão dos alunos à tarefa, familiarizando-os com o contexto da tarefa, esclarecendo a interpretação da tarefa, estabelecendo objetivos e conexões com a experiência anterior e desafiar os

alunos para o trabalho. Para a gestão da aula, o professor deverá organizar o trabalho dos alunos e para isso poderá estipular o tempo de trabalho para cada fase, organizar os materiais necessários para a aula e definir grupos de trabalho (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013).

Na fase “realização da tarefa” o professor poderá promover a aprendizagem matemática garantindo o desenvolvimento da tarefa pelos alunos e mantendo o desafio cognitivo e autonomia dos alunos, para isso o professor deverá colocar questões e dar pistas, sugerir representações, focar ideias produtivas, pedir clarificações e justificações, promover o raciocínio dos alunos e nunca validar a correção matemática das respostas dos alunos. No que diz respeito à gestão da aula, o professor deverá (i) promover o trabalho de pares ou grupos e assim poderá regular as interações entre os alunos e providenciar materiais para o grupo, (ii) garantir a produção de materiais para a apresentação dos alunos pedindo registos escritos, fornecendo materiais e dando o tempo necessário para a preparação da apresentação e (iii) organizar a discussão a fazer que consiste em identificar e seleccionar várias resoluções e sequenciá-las (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013).

Para a promoção da aprendizagem matemática na fase “discussão da tarefa”, o professor deverá (i) promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos pedindo explicações e justificações dos resultados, e (ii) regular as interações entre os alunos no decorrer da discussão incentivando a análise e a comparação das estratégias. Para a gestão da aula, o professor pode criar um ambiente propício à apresentação e discussão sendo muito importante reorganizar o espaço e promover uma atitude de respeito e interesse pelos trabalhos apresentados e pode também gerir as relações entre os alunos definindo a ordem das apresentações e gerir a participação dos alunos (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013).

Por último, na fase de sistematização das aprendizagens matemáticas, para promover a aprendizagem matemática o professor deve: (i) institucionalizar ideias ou procedimentos relativos a tópicos matemáticos suscitados pela exploração da tarefa, ou seja reconhecer conceitos e procedimentos matemáticos e clarificar as suas definições, (ii) institucionalizar ideias ou procedimentos relativos a capacidades transversais suscitadas pela exploração da tarefa, como por exemplo identificar e relacionar dimensões das capacidades transversais presentes e (iii) estabelecer conexões com

aprendizagens anteriores verificando ligações com conceitos, procedimentos ou capacidades transversais anteriormente trabalhados. Para a gestão da aula, o professor deve criar um ambiente adequado à sistematização e garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013).

No ensino exploratório assume particular relevância as tarefas que são propostas aos alunos e a comunicação matemática que se estabelece na sala de aula (Canavarro, 2011). Pela importância destes aspetos nesta perspetiva de ensino, discuto pormenorizadamente, nas secções seguintes, aspetos relacionados com estas temáticas.

2.2. Tarefas

2.2.1. Significado e importância da escolha das tarefas

As tarefas são habitualmente designadas de diversas formas: como perguntas, atividades, problemas, lições, exemplos, fichas, unidades de programa de trabalho, projetos, pesquisas ou trabalhos de casa (Walls, 2005).

Apesar de se usarem diferentes termos para designar tarefas, Ponte (2005) realça a importância de distinguir tarefas de atividade. Para este autor uma tarefa é a proposta de trabalho que se propõe aos alunos, podendo esta ser de vários tipos. Por seu lado, uma atividade corresponde ao trabalho do aluno em torno da tarefa proposta. Assim, uma mesma tarefa poderá dar origem a diferentes atividades, dependendo do modo como o professor a explora com os seus alunos. Na mesma linha de ideias, Stein e Smith (2009) definem tarefa como o que dá origem à atividade da sala de aula. Referindo-se em particular a tarefas matemáticas, estas autoras acrescentam que uma tarefa matemática desencadeia atividades que desenvolvem ideias matemáticas importantes.

Dado que as tarefas têm uma importância fundamental na atividade do aluno na sala de aula, constituem-se como elementos importantes no desenvolvimento do currículo (Ponte, 2005). Para Stylianides e Stylianides (2008), as tarefas influenciam as oportunidades de aprendizagem que podem ser oferecidas aos alunos, pelo que é importante que os professores façam uma escolha criteriosa das mesmas. Também Walls (2005) realça a responsabilidade do professor na escolha das tarefas a apresentar à turma.

Para o NCTM (2007), ao escolher tarefas, é fundamental que o professor tenha em conta os alunos a que se destinam, o conteúdo matemático que pretende abordar/desenvolver e as formas de aprendizagem. O mesmo documento realça, ainda, a importância que sejam propostas aos alunos tarefas matemáticas ricas, ou seja, que permitam envolvê-los em atividades que sejam significativas. Devem, sobretudo, constituir problemas interessantes e que conduzam à aprendizagem de ideias matemáticas importantes, servindo de “catalisadores para conversas produtivas” (NCTM, 2007, p. 66).

Também Wells (2000) considera que o professor deverá fazer uma escolha cuidadosa das tarefas que irá propor aos alunos, realçando a importância da ligação entre as tarefas propostas e as vivências dos alunos como forma de estes encontrarem um sentido real para a realização das mesmas.

Para além das tarefas permitirem aos alunos a construção de conceitos matemáticos, a compreensão de procedimentos matemáticos e de diferentes formas de representações é também importante que as tarefas facilitem um percurso de aprendizagem coerente (Ponte, 2005).

Para que o professor consiga propor tarefas ricas do ponto de vista matemático e significativas para os alunos, deve ter, não só, um conhecimento aprofundado sobre as aptidões, interesses e experiências dos alunos, como também, as várias formas de como os alunos aprendem Matemática (NCTM, 1994). As atividades desencadeadas pelas tarefas devem apelar à formulação e resolução de problemas, estimular os alunos a estabelecer conexões e promover a comunicação matemática. Assim, tal como afirmam Boavida et al., (2008):

“O professor que proporciona aos alunos tarefas desafiantes e apropriadas ao seu conhecimento, está a proporcionar o estabelecimento de conexões entre vários tópicos dentro e fora da Matemática e a estimular a argumentação e a comunicação recorrendo a diferentes representações. Em suma, está a contribuir para o desenvolvimento do pensamento independente e crítico, tão essencial a várias facetas da vida.” (p. 33)

Para além destes aspetos, quando se trata de propor tarefas numéricas, Fosnot e Dolk (2001), consideram fundamental que o professor atenda às características dos seus

contextos. Estes autores realçam que as situações associadas aos contextos devem despertar o interesse dos alunos, desafiando-os e incentivando a vontade de as resolverem, e devem corresponder a situações a que os alunos facilmente atribuam sentido (Fosnot & Dolk, 2001). Para além destes aspetos, os mesmos autores referem que é importante que o professor atenda aos números envolvidos nas tarefas, usando números que suscitem o uso de diferentes estratégias.

2.2.2. Tipos de tarefas

Ponte (2005) refere que existem muitos tipos de tarefas matemáticas e que as mais conhecidas são: Problemas, Exercícios, Investigações e Explorações. O que faz as tarefas serem de vários tipos é essencialmente o seu grau de desafio e o grau de estrutura. Observemos a figura 1 que relaciona os tipos de tarefas matemáticas.

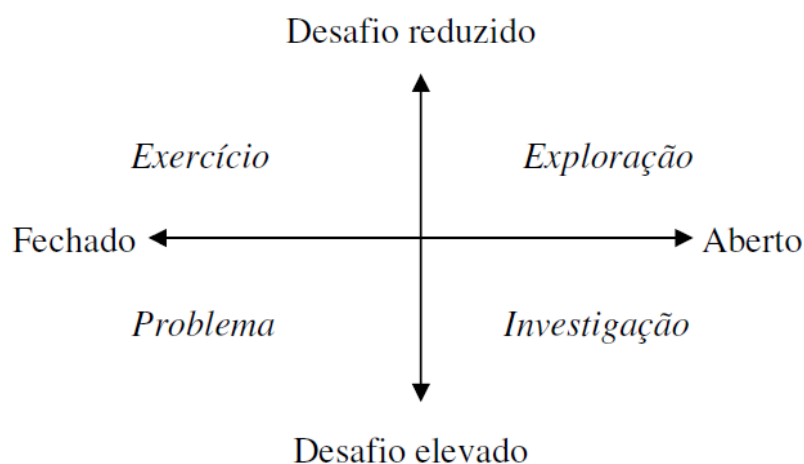


Figura 1 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005, p. 18)

Portanto, um exercício é uma tarefa fechada com um desafio reduzido, um problema é também uma tarefa fechada mas com um grau de desafio mais elevado, uma investigação contém uma tarefa de carácter aberto com um grau de desafio elevado e uma exploração, por norma, é uma tarefa aberta com um grau de desafio reduzido. Ponte (2005) refere que uma tarefa fechada é aquela em que é dito, o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é aquela que tem um grau indeterminado significativo do que é dado e do que é pedido.

Há também a variedade de tipos de tarefas relacionadas com a sua duração (Ponte, 2005):

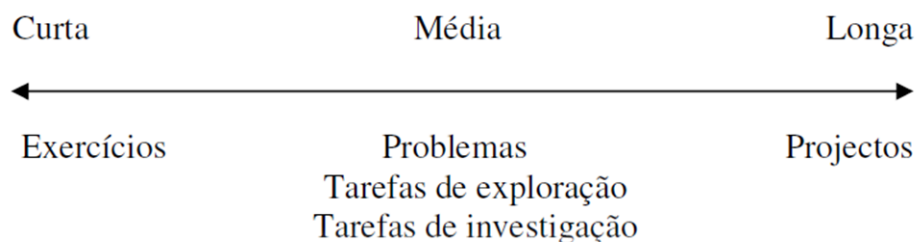


Figura 2 - Diversos tipos de tarefas, quanto à duração (Ponte, 2005, p. 20)

Como se pode observar na figura 2, as tarefas de curta duração são os exercícios, as tarefas de média duração são os problemas, as explorações e as investigações e por fim as tarefas de longa duração são os projetos. “As tarefas de longa duração podem ser mais ricas, permitindo aprendizagens profundas e interessantes, mas comportam um elevado risco dos alunos se dispersarem pelo caminho” (Ponte, 2005, p. 20).

Por último, Ponte (2005) apoiando-se nas ideias de Skovsmose (2000), também refere o tipo de contextos associados às tarefas como uma dimensão para as caracterizar: Real, Semirreal ou Matemática pura.

As tarefas de contexto Real, tal como o nome indica, são tarefas com referências a situações da vida real. “Estas tarefas revestem-se, de um modo geral, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do respectivo enunciado” (Ponte, 2005, p. 20). As tarefas de contexto “Matemática pura” são aquelas que se referem à Matemática e somente a ela (Skovsmose, 2000). Por fim, as tarefas de contexto Semirreal, “embora aparentemente estejam em causa situações reais para o aluno, estas podem não significar grande coisa. Além disso, a maior parte das propriedades reais das situações não são tidas em conta” (Ponte, 2005, p. 20). Portanto, apesar de existir uma parte de situação real, o resultado pode não mostrar a mesma realidade, como por exemplo quando o resultado é uma dízima infinita. “Uma semi-realidade é um mundo sem impressões dos sentidos” (Skovsmose, 2000, p. 74).

Ponte (2005) menciona que as tarefas de natureza mais fechada, como os exercícios e os problemas desenvolvem o raciocínio matemático, as tarefas de natureza mais acessível, como as explorações e os exercícios contribuem para o desenvolvimento da autoconfiança dos alunos e as tarefas de natureza mais desafiante como as

investigações e os problemas são indispensáveis para que os alunos tenham uma efetiva experiência matemática. Para este autor, é importante que o professor diferencie as tarefas que propõem aos alunos dado que cada tipo de tarefa tem os seus próprios objetivos curriculares.

Nesta investigação optei por propor tarefas que fossem problemas. Esta opção justifica o destaque que lhes confiro neste enquadramento teórico, discutindo, com mais pormenor, aspetos importantes relativos a este tipo tarefas na subsecção seguinte.

2.2.3. Problemas

De acordo com o ME (2007), “a resolução de problemas não só é um importante objectivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos” (p. 8).

Vale e Pimentel (2012) referem que “encorajar os alunos a criar, a partilhar e a resolver os seus próprios problemas é um contexto de aprendizagem muito rico para o desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas e do seu conhecimento matemático. Ao colocarem problemas, os alunos apercebem-se da sua estrutura, desenvolvendo, assim, pensamento crítico e capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso” (p. 351).

Boavida et al. (2008) referem que “a resolução de problemas é o processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjecturas” (p.14). Estas autoras salientam que esta é uma atividade exigente para os alunos, uma vez que os desafia “a pensar para além do ponto de partida, a pensar de modo diferente, a ampliar o seu pensamento e, por estas vias, a racionar matematicamente” (p.14). Estas autoras salientam ainda que a resolução de problemas:

“(i) proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; (ii) fomenta o raciocínio e a justificação; (iii) permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares; (iv) apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana.” (p. 14)

Por estas razões, os alunos devem ser envolvidos em tarefas onde resolvam problemas, até porque, de acordo com o atual Programa de Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico (ME, 2013),

“a resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais.”

(p. 5)

De acordo com Pólya (2003), para entender um problema é necessário: (i) ler cuidadosamente o problema, se necessário várias vezes; (ii) compreender o significado de cada termo utilizado; (iii) reescrever o problema; e (iv) identificar, claramente, as informações de que necessita para o resolver. Pólya (2003) apresenta um modelo que contém quatro etapas (compreensão do problema, concepção de um plano, execução do plano e reflexão do que foi feito). Na primeira fase, o professor pode perguntar se os alunos percebem todas as palavras do enunciado, se conseguem reformular o problema usando palavras próprias e se há informação suficiente no enunciado para encontrar a solução do mesmo. Em relação à segunda etapa “Concepção de um plano”, temos os seguintes pontos: (i) encontrar a conexão entre os dados e a incógnita com o objectivo de definir uma estratégia ou plano de resolução; e (ii) poderá ser necessário considerar problemas auxiliares ou particulares. Quanto à “Execução de um plano”, o aluno deve (i) compreender e executar a estratégia definida; (ii) verificar a correcção de “cada passo” e (iii) no caso de se chegar a um impasse, deve-se voltar à planificação. Por último, a fase “Reflexão” implica que o aluno faça uma reflexão sobre a resolução do problema, revendo-a e discutindo-a, o que irá permitir a utilização dessa resolução em futuros problemas.

O professor tem um papel fundamental na resolução de problemas, este deve ter várias ações antes, durante e depois de resolver um problema. Antes de resolver um problema, o professor deve: (i) pedir a um aluno para ler o enunciado do problema em voz alta e discutir palavras ou frases que possam levantar dúvidas; (ii) pedir a outro aluno para recontar o problema por palavras suas; (iii) fazer a compreensão do problema com toda a turma; e (iv) discutir com a turma várias estratégias possíveis de resolução.

Durante a resolução de um problema, o professor deve: (i) observar, colocar questões e dar sugestões; (ii) proporcionar extensões do problema; e (iii) pedir aos alunos que resolvam o problema de forma a dar uma resposta. Por fim, depois de resolver o problema, o professor deve: (i) pedir aos alunos que discutam as suas estratégias e (ii) pedir aos alunos que relacionem o problema com outros problemas já resolvidos ou extensões desses problemas (Lopes, Bernardes, Loureiro, Varandas, Oliveira, Salgado, Bastos & Graça, 1999).

É importante ainda referir e perceber o que é um problema e que tipos de problemas existem. O problema tem de ter sempre um certo grau de dificuldade, não poderá ser demasiado difícil, pois os alunos podem desistir rapidamente, mas também não poderá ser fácil de mais, porque se não estaremos perante um exercício. Lopes et al., (1999) apoia a ideia de Pólya (1945) em que defende que “Um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta ou com uma situação que não sabe resolver, usando os conhecimentos imediatamente disponíveis” (p. 8).

Para o NCTM (1991), um problema “é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel” (p. 11).

Segundo Boavida et al. (2008), um problema tem de ter as seguintes características: (i) ser compreensível pelo aluno, apesar de a solução não ser imediata, (ii) ser motivantes e estimulantes, (iii) poder ter vários processos de resolução e (iv) poder integrar vários temas. Na opinião destas autoras, existem três tipos de problemas: (i) problemas de cálculo, (ii) problemas de processo e (iii) problemas abertos.

De uma forma mais pormenorizada, os problemas de cálculo requerem uma escolha da operação ou das operações para se resolver o problema. Portanto, o aluno lê o problema, interpreta-o e identifica qual a operação que deverá utilizar para conseguir resolver o problema, usando os dados apresentados no problema. Neste tipo de problemas, podemos encontrar “problemas de um passo” ou “problemas de mais passos”, que como o nome indica depende do número de operações que se faz para resolver o problema (Boavida et al., 2008).

Os problemas de processo “estão, geralmente, embutidos em contextos mais complexos e requerem um maior esforço para compreender a Matemática necessária para chegar à solução, uma vez que tem de se recorrer a estratégias de resolução mais criativas para descobrir o caminho a seguir. Requerem persistência, pensamento flexível e uma boa dose de organização” (Boavida et al., 2008, p. 19). Neste tipo de problemas, os alunos devem compreender o que é pedido, utilizando conhecimentos matemáticos anteriormente aprendidos, pois existe mais de uma estratégia possível para a resolução do problema.

Para terminar, os problemas abertos ou investigações “podem ter mais do que um caminho para chegar à solução e mais do que uma resposta correcta. Para os resolverem, os alunos têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjecturas, apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão” (Boavida et al., 2008, p. 20).

2.3. Comunicação matemática e discussão coletiva das tarefas

Neste ponto irei abordar os seguintes aspetos sobre a comunicação matemática na sala de aula: (i) Entendimento de comunicação matemática; (ii) A importância de comunicação matemática para a aprendizagem; (iii) As orientações curriculares e a comunicação matemática; (iv) O papel do professor na comunicação matemática; (v) Questões da comunicação matemática e o papel do professor; (vi) Sequência triádica; e (vii) Discussões coletivas.

2.3.1. Significado e formas de comunicação

Ponte et al. (2007) e Guerreiro (2010) consideram que a comunicação em sala de aula pode ser entendida de dois diferentes modos: a comunicação como organização e transmissão de informação e a comunicação como um processo de interação social. Defendem ainda que a comunicação como transmissão assenta num processo linear e unidirecional, ou seja é a transmissão de uma informação entre o comunicador e o destinatário e pode corresponder, por exemplo, quando o professor discute com os alunos sobre a organização da disciplina (como as marcações de datas de entrega de

trabalhos), sobre o funcionamento da aula e sobre algum assunto da atualidade. Já a comunicação como interação é um processo de partilha de significados entre os indivíduos (alunos) e que ocorre, por exemplo, durante as discussões coletivas nas quais os alunos argumentam uns com os outros, defendem as suas ideias e questionam as ideias dos colegas.

Esta última ideia de comunicação em sala de aula parece estar de acordo com o que Bishop e Goffree (1986) entendem como comunicação matemática, encarando-a como um processo de interação entre os alunos e entre alunos e professor com vista à compreensão e negociação de significados matemáticos. A comunicação na sala de aula envolve, também, a apresentação de argumentos em defesa das suas ideias e o questionamento dos argumentos dos colegas, a expressão de acordos e de desacordos das estratégias apresentadas e a avaliação da veracidade das resoluções dos colegas (Boavida, 1999).

Boavida et al., (2008) salientam a relação entre as diferentes formas de representação de ideias matemáticas e a comunicação matemática. Para estas autoras, “a existência de representações partilhadas é essencial para que possa haver comunicação e compreensão. Por sua vez, é através da comunicação que se negociam representações” (p. 71).

Baseando-se nas ideias de Bruner (1962), Boavida et al. (2008) referem que as representações das ideias matemáticas assumem várias formas: (i) as representações ativas, que estão associadas à ação, pois decorre uma manipulação de objetos “sejam eles de uso corrente ou especialmente concebidos como material didático” (p. 71), estes contribuem para a construção de conceitos; (ii) as representações icónicas que “baseiam-se na organização visual, no uso de figuras, imagens, diagramas ou desenhos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre eles” (p. 71); e (iii) as representações simbólicas que “consistem na tradução da experiência em termos da linguagem simbólica. Correspondem, não apenas aos símbolos que representam ideias matemáticas, mas a todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a Matemática, quer para a sua compreensão” (p. 71).

2.3.2. Importância da comunicação matemática na sala de aula

A comunicação matemática constitui um objetivo curricular e um processo de aprendizagem. De acordo com o atual Programa de Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico (ME, 2013), “Os alunos devem ser incentivados a expor as suas ideias, a comentar as afirmações dos seus colegas e do professor e a colocar as suas dúvidas” (p. 5). Esta ideia perdurou na mudança do Programa, pois o antigo Programa de Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico (ME, 2007) afirma que a comunicação matemática é uma capacidade transversal na disciplina de Matemática e que o “aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas” (p. 8). O desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática tem sido, assim, um objetivo curricular valorizado pelos dois últimos programas da disciplina de Matemática.

O NCTM (2007) refere ainda que a comunicação é uma parte essencial da Matemática e que “através da comunicação as ideias tornam-se objetos de reflexão, aperfeiçoamento, discussão e correção” (p. 66). Boavida (2005) também concorda que a comunicação é muito importante para a disciplina de Matemática, afirmando que a comunicação “é entendida como uma componente intrínseca do fazer Matemática” (p. 4).

Quando a comunicação em sala de aula é baseada na partilha de ideias, a comunicação contribui para o melhoramento da compreensão do próprio pensamento. “A comunicação faz parte de uma aprendizagem significativa da Matemática, na medida em que proporciona aos alunos o contacto com o essencial da actividade matemática e, ao professor, bons indicadores sobre o processo de ensino e aprendizagem” (Boavida et al., 2008, p. 61). O NCTM (2007) acrescenta que o processo de comunicação também contribui para a construção de significado e para a consolidação das ideias e, ainda, para a sua divulgação” (p. 66).

O NCTM (2007) acrescenta, ainda, que “a comunicação pode servir de suporte à aprendizagem de novos conceitos matemáticos, à medida que os alunos atuam sobre uma situação, desenham, utilizam objetos, relatam e apresentam explicações verbais, usam diagramas, escrevem e usam símbolos matemáticos” (p. 67). Incentivar os alunos a comunicar na sala de aula, contribui para que estes se expressem de uma maneira cada

vez mais clara e coerente e adquiram “estilos matemáticos convencionais de diálogo e de argumentação” (p. 68).

2.3.3. Papel do professor na promoção da comunicação matemática

O NCTM (1994) refere um conjunto de procedimentos que devem ser tidos em conta pelo professor na comunicação que se estabelece na sala de aula. Salienta a importância do professor colocar questões e envolver os alunos em atividades que os desafiem a raciocinar matematicamente. Deve também ouvir com atenção todas as ideias dos alunos, pedindo-lhes que as justifiquem e clarifiquem. É ainda importante que vá fazendo uma gestão adequada da participação dos alunos nas discussões.

Na mesma linha de ideias, Guerreiro (2010) acredita que “cabe ao professor partilhar com o aluno o papel de ator ativo no processo de ensino-aprendizagem, assumir a autonomia de conhecimento dos alunos e a sua capacidade de entender e refletir sobre o conhecimento construído, e valorizar as intervenções e opiniões dos outros” (p. 214).

Cabe ainda ao professor gerir a comunicação na sala de aula e direcioná-la em várias formas, como por exemplo do professor para o/os aluno/alunos, do aluno para o/os aluno/alunos e do aluno para o professor e a planificação é muito importante para o processo de comunicação em sala de aula (Boavida et al., 2008).

Ponte e Serrazina (2000) agrupam a comunicação matemática em três categorias: (i) exposição, (ii) questionamento, e (iii) discussão. A categoria “exposição” consiste em expor uma ideia ou uma experiência por parte do professor ou dos alunos. Espera-se que esta seja clara e que “possibilite a passagem de conhecimentos do professor para os alunos.” (Boavida et al., 2008, p. 64). A segunda categoria “questionamento” é caracterizada pelas perguntas feitas pelo professor dirigidas aos alunos com o objetivo de encontrar alguma dificuldade, motivá-los a participar e ajudá-los em vários pontos (Ponte & Serrazina, 2000). O uso de várias questões permitem “manter um diálogo em que todos os participantes se envolvem com as ideias matemáticas em discussão” (Boavida et al., 2008, p. 64). A última categoria “discussão” é a interação entre os alunos e com o professor e em este assume o papel de moderador (Ponte & Serrazina, 2000).

Baseando-se nas ideias de Johnson (1982) e de Reinhart (2000), Boavida et al. (2008) apresentam um conjunto de recomendações para o professor sobre o questionamento que conduz a momentos ricos de aprendizagem durante a comunicação matemática: (i) não fazer perguntas que apenas se obtém respostas de “sim” ou “não”, (ii) dar tempo aos alunos para pensarem e refletirem, (iii) evitar perguntas em que a resposta é a resolução do problema, (iv) nunca responder às suas próprias perguntas, e (v) colocar questões que obrigam à análise, à reflexão e à explicação de raciocínios.

Martinho e Ponte (2005) apresentam três tipos de perguntas que o professor poderá adotar para fomentar a comunicação matemática na sala de aula: Perguntas de focalização, de confirmação e de inquirição:

“As primeiras têm como objetivo centrar a atenção do aluno num aspeto específico. As segundas procuram testar conhecimentos sabendo o professor exatamente que resposta quer. (...) as perguntas de inquirição são as verdadeiras perguntas que o professor coloca quando pretende obter, de facto, alguma informação por parte do aluno.” (p. 276)

As perguntas de focalização são um meio de o professor orientar o aluno para o foco do problema e poderá ajudá-lo a perceber qual é o próximo passo a seguir para a resolução do mesmo (Alves & Mamede, 2011). Com as questões de confirmação, o professor certifica-se de que os alunos sabem o que estão a fazer, ou seja estas questões servem para interiorizar melhor as ideias de um problema. Enquanto as perguntas de inquirição são uma forma de o professor perceber e entender a forma de como os alunos pensaram e resolveram o problema, sendo, normalmente, perguntas abertas que favorecem a reflexão dos alunos sobre o seu trabalho (Alves & Mamede, 2011).

Boavida et al. (2008), baseando-se nas ideias de Way (2001), apresentam outra categorização de questões que o professor pode colocar aos alunos: (i) questões de partida, (ii) questões para incentivar o pensamento matemático, (iii) questões para avaliação e (iv) questões para a discussão final.

Questões de partida são questões abertas que têm como objetivo focar o pensamento do aluno e o professor deve garantir que os alunos compreendem as perguntas. As questões para incentivar o pensamento matemático são questões com o intuito de focar o aluno para uma determinada estratégia, desafiando-o a encontrar

relações e semelhanças, o professor pode utilizar este tipo de perguntas quando o aluno não sabe o que há-de fazer a seguir. As questões para avaliação têm a finalidade de promover no aluno a tomada de consciência do seu próprio pensamento e dar pistas ao professor sobre como o aluno está a pensar, o que compreende e de como compreende, estas questões são normalmente o pedido por parte do professor ao aluno de justificações ou explicações. Questões para a discussão final são muito importantes e servem para consolidar e sistematizar os aspetos/conceitos apresentados em resultados ou processos.

Há ainda um aspeto muito importante na comunicação na sala de aula: a sequência triádica que é constituída por três momentos fulcrais: Iniciação (I); Resposta (R) e Avaliação (A)/ Feedback (F)/ Seguimento (S).

No discurso de sala de aula observa-se, por vezes, a sequência Iniciação – Resposta – Avaliação (I-R-A) ou Iniciação – Resposta – Feedback (I-R-F) (Boavida, 2005). Nestas sequências, normalmente, o professor inicia o discurso por uma questão, depois um ou mais alunos respondem e o professor avalia a resposta ou oferece feedback (Boavida, 2005). Estas sequências constituem formas de orientar as aprendizagens, permitindo “manter o controlo do discurso, mas também contornar ou ignorar determinadas respostas” (Pimm, 1987, p. 64). Para Alves e Mamede (2011), apesar de os alunos serem incentivados a dar as suas próprias explicações, este padrão coloca o professor no controlo do que é dito e do que é feito na sala de aula. Estas autoras defendem que esta sequência pode conduzir a uma aprendizagem pouco significativa, pois reflete uma comunicação unívoca.

Na perspetiva de Martinho e Ponte (2005) e Alves e Mamede (2011), a sequência Iniciação – Resposta – Seguimento (I-R-S) tem uma maior potencialidade, pois não fica só por uma avaliação ou um feedback como a sequência I-R-A/F. A sequência I-R-S proporciona um incentivo para que os alunos continuem com os seus raciocínios, justificações e argumentações (Martinho & Ponte, 2005).

2.3.4. Discussões coletivas das tarefas

A discussão coletiva é um momento de sala de aula importante para promover a comunicação matemática, desenvolver o raciocínio matemático e incentivar os alunos a

construir e a avaliar o seu próprio conhecimento. É durante as discussões coletivas que os alunos “são estimulados a explicar e a justificar os seus raciocínios” (Mestre & Oliveira, 2002, p. 111). Reforçando a importância dos momentos de discussão na comunicação matemática, Boavida e Menezes (2012) afirmam que:

“A negociação de significados matemáticos ocorre durante toda a aula, mas tem o ponto alto nos momentos de discussão coletiva, em que os alunos partilham as suas ideias com os restantes colegas e o professor e se pronunciam sobre os raciocínios apresentados pelos seus pares.” (p. 291)

Ponte (2005) considera que a característica mais marcante da discussão é “pressupor a interação de diversos intervenientes que expõem ideias e fazem perguntas uns aos outros” (p. 26). Stein (2001) acrescenta que as discussões em sala de aula podem incentivar os alunos a construir e a avaliar o seu próprio conhecimento.

Apoiante da ideia de Hatano e Inagaki (1991), o NCTM (2007) refere que quando os alunos se envolvem em discussões na sala de aula, “nas quais justificam as suas soluções, irão adquirir uma melhor compreensão matemática à medida que tentam convencer os seus pares acerca de diferentes pontos de vista” (p. 66). Os alunos também deverão melhorar alguns aspetos, como saber ouvir, parafrasear, questionar e interpretar as ideias dos outros” (p. 68).

O professor tem um papel fundamental nestes momentos de discussões coletivas. Na opinião de Stein (2001), o professor deve criar um ambiente de sala de aula de respeito mútuo e confiança, pois permite aos alunos um maior conforto para partilhar as suas ideias e criticar da melhor forma o trabalho dos seus colegas. O professor deve incentivar os alunos a defender os seus pontos de vista mostrando provas, encorajando-os também a correr riscos com uma certa posição no debate.

No mesmo sentido, Carvalho e Ponte (2014) consideram que o professor deve: (i) criar um ambiente de sala de aula onde os alunos se sintam à vontade para falar das suas estratégias, (ii) escutar atentamente as suas explicações acerca dos seus métodos de cálculo pessoais, (iii) ser capaz de identificar estratégias particulares dos alunos e reforçar positivamente o seu uso, (iv) valorizar o conhecimento sobre os números e a capacidade dos alunos para executarem estratégias eficientes, e (v) assegurar que os

alunos passam por experiências suficientes que lhes permitem desenvolver progressivamente estratégias cada vez mais sofisticadas.

Na opinião de Boavida (2006), o professor deve preparar questões desafiadoras ou improvisá-las no desenrolar do discurso na sala de aula, incentivar também os alunos a formularem questões, criar um ambiente favorável à discussão entre os alunos, partilhar a liderança na sala de aula, evidenciar atitudes diferentes de modo a que os alunos assumem posições, controlar e moderar as discussões para que todos os comentários sejam válidos e redizer as contribuições dos alunos. Ponte (2005) também partilha da mesma opinião, referindo que cabe ao professor “um papel de moderador, gerindo a sequência de intervenções e orientando, se necessário, o respetivo conteúdo” (p. 26).

Boavida (2005) acrescenta ainda que no processo de redizer as contribuições dos alunos, o professor pode acrescentar ou substituir algumas palavras de modo a permitir direcionar os alunos para as ideias matemáticas que o professor pretende ensinar.

O professor, de facto, é um elemento muito importante nas discussões coletivas, além do que já foi referido, deverá esclarecer os alunos, incentivá-los a assumir riscos, a expressarem as suas opiniões respeitando os outros e fornecer uma direção clara para a discussão. Poderá dizer-se, também, que o professor tem o papel de “duvidar”, ou seja deverá assumir um estilo interrogativo para obter mais contribuições dos alunos nas discussões coletivas (Schoenfeld, 2002).

Mestre e Oliveira (2012) sugerem que o professor tenha a responsabilidade de tornar as discussões coletivas numa rotina na sala de aula, estimulando os alunos a refletir sobre as suas estratégias de modo a apelar pela discussão entre eles.

2.3.5. As cinco práticas de orquestração de discussões coletivas de Stein et al. (2008)

Antes de ser iniciada uma discussão coletiva é necessário que o professor faça uma preparação. Como já referi, Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) apresentam um modelo que consiste em cinco práticas que podem ser muito úteis para a realização de discussões coletivas produtivas. Estas práticas facilitam as discussões, melhoram a qualidade dos debates e ajudam os professores a ganhar um sentido de eficácia sobre a sua instrução. O professor ganha vários benefícios através das discussões coletivas,

como por exemplo a percepção do que os alunos conseguem e sabem fazer, adquire novos métodos introduzidos pelos alunos e desenvolve habilidades para interpretar o pensamento dos alunos (Chamberlin, 2005). As cinco práticas que irei aqui descrever, fornecem um processo importante para os professores melhorarem gradualmente as suas discussões em sala de aula ao longo do tempo e são: Antecipar, Monitorizar, Selecionar, Sequenciar e Estabelecer conexões.

1. Antecipar

Antes de mais, o professor deverá fazer uma antecipação da tarefa, ou seja, deverá antecipar os processos de resolução da tarefa que os alunos poderão usar, tanto os corretos com os incorretos. Esta prática é realizada durante o trabalho de planificação e é uma prática muito importante. Nesta etapa o professor faz um esforço para imaginar as respostas dos alunos, ou seja as suas interpretações do problema. Antecipação requer que o professor faça a tarefa concebendo várias estratégias.

2. Monitorizar

A etapa “Monitorizar” consiste em observar os trabalhos que os alunos estão a desenvolver, por isso o professor poderá circular pela sala de aula, prestar atenção ao que os alunos fazem e dizem e colocando-lhes questões de forma a clarificar os seus raciocínios. Monitorizar é identificar o potencial de aprendizagem matemática de estratégias utilizadas pelos alunos, pensado nas respostas que devem ser compartilhadas. O professor deve participar ativamente nesta fase fazendo anotações das produções dos alunos enquanto circulam pela sala de aula e fazendo perguntas de modo a avaliar o pensamento matemático dos alunos.

3. Selecionar

A prática seguinte é “Selecionar” em que o professor depois da monitorização dos trabalhos dos alunos seleciona os que irão apresentar as suas estratégias ao resto da turma. Esta seleção tem por base os objetivos que o professor estabeleceu para aquela atividade. Existem duas formas de selecionar: selecionar o que se quer ou pedir voluntários para apresentarem e desses selecionar as respostas que são mais relevantes, apesar de tudo é sempre o professor que controla a seleção das estratégias que serão apresentadas durante a discussão coletiva. Se o professor considerar importante deve incluir uma estratégia que ninguém da turma utilizou.

4. Sequenciar

A prática “Sequenciar” diz respeito à ordem das apresentações das resoluções dos alunos. Esta sequenciação depende dos objetivos visados pelo professor. Pode iniciar a discussão com uma estratégia que a maioria da turma utilizou, pois ajuda na compreensão das próximas estratégias ou então poderá começar com uma estratégia comum que se baseia num equívoco e assim poderá ser esclarecido logo de imediato. A ideia de sequenciar é obter uma discussão matemática coerente.

5. Estabelecer conexões

Por último, o professor deverá ajudar os alunos a estabelecerem conexões entre as suas resoluções e as dos outros alunos, tendo em atenção as suas semelhanças e diferenças de modo a levar os alunos a refletirem sobre o trabalho realizado. O professor também pode planejar uma nova tarefa em que a estratégia pode ser a mesma mas aumentando as exigências do problema (Stein et al., 2008; PFCM, 2010; Canavarro, 2011).

Resumidamente, a Antecipação é a primeira etapa que o professor deve ter em conta antes de realizar as discussões coletivas, esta etapa consiste precisamente numa previsão de como os alunos irão “olhar” para a tarefa que é proposta pelo professor, ou seja pensar como eles irão pensar. A Motorização tem já o sentido de olhar para as estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos de modo a retirar o valor de cada uma delas. A etapa “Selecionar”, não é mais que a simples seleção dos pares de trabalho com as resoluções que mais interessa para partilhar com a turma. A Sequenciação corresponde à escolha da sequência da apresentação das resoluções à turma. Por último e não menos importante, a etapa “Estabelecer conexões” permite que o professor pense nas relações entre as várias resoluções e que dessa tarefa os alunos se apropriem de novas resoluções para tarefas futuras.

Estas cinco práticas estão relacionadas entre si, isto é cada prática é baseada na prática anterior, por exemplo a prática de monitorização em que o professor acompanha os alunos no seu trabalho durante a fase de exploração da tarefa é beneficiada a partir da sua preparação que é feita na antecipação, depois a prática de seleção de trabalhos para serem apresentados é beneficiada através da monitorização cuidadosa da variedade de respostas que os alunos produzem na fase de exploração da tarefa. “Um professor que

fez a antecipação vai sentir-se mais preparado para monitorizar o que os alunos fazem durante a fase de exploração” (Stein et al., 2008, p. 27). Esta ideia é transferida pela seguinte figura:

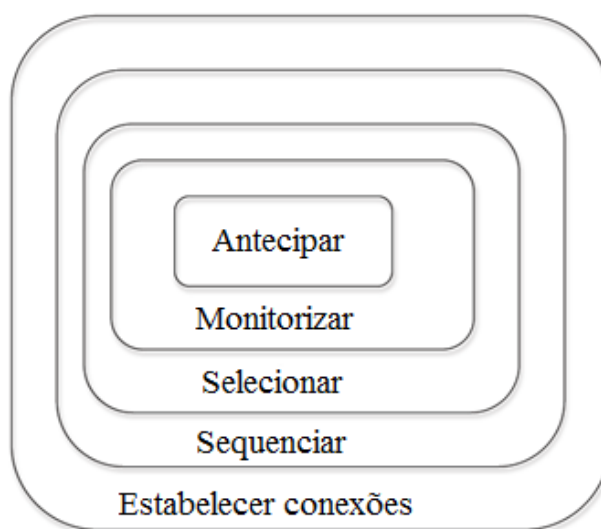


Figura 3 - Diagrama esquemático das cinco práticas, em que cada prática depende das práticas anteriores (Stein, et al. 2008)

Canavarro (2011) apresenta alguns desafios que se colocam ao professor quando orquestra discussões coletivas produtivas:

- Efetuar uma escolha criteriosa das tarefas matemáticas. Para esta autora é fundamental que o professor selecione tarefas que proporcionem aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão para além do treino de procedimentos.
- Aprofundar a exploração da tarefa durante a planificação. Para além de resolver a tarefa, o professor deve, também, prever extensões matemáticas interessantes a realizar pelos grupos mais rápidos.
- Gerir o tempo de aula. Efetuar uma gestão do tempo de modo a conseguir completar todo o trabalho na mesma aula. Efetivamente, se adiar a parte da exploração da tarefa para a próxima aula, poderá haver uma perda de envolvimento dos alunos.
- Controlar as questões e comentários dos alunos durante o trabalho autónomo e durante as discussões coletivas. Este aspeto liga-se ao controlo que o professor deve ter com as questões e com os comentários que realiza, pois se o professor disser qual o caminho que os alunos devem seguir, irá reduzir o

desafio intelectual da tarefa e uniformizar as estratégias dos alunos, diminuindo assim o potencial da discussão coletiva.

- Resistir à validação dos trabalhos autónomos dos alunos. Esta resistência é fundamental para que os alunos discutam mais – “quem quer explicar e ouvir os outros e apreciar o seu trabalho se o professor já disse o que está certo e errado?” (p. 17).
- Gerir o tempo de trabalho autónomo. O professor deve ter muito cuidado com o tempo de realização da tarefa – “as diferenças no grau de completude das resoluções dos alunos favorece o interesse pela discussão coletiva e pela produção de sínteses matemáticas que complementam o trabalho realizado pelos grupos” (p. 17).
- Ter em atenção que apenas as resoluções que interessam deverão ser apresentadas. O professor deve recusar as apresentações dos alunos, caso estas não contribuam para o desenvolvimento matemático considerado pelo professor.
- Prever os recursos que serão precisos para agilizar as discussões coletivas. Ou seja, pensar antecipadamente nos materiais que se mostram essenciais para evitar de gastar tempo em passar estratégias para o quadro, como, por exemplo, cartolinas, fotografias digitais, digitalizações.
- Organizar o espaço em sala de aula. O professor deve ter em atenção que as resoluções apresentadas deverão ser visíveis para todos os alunos e estes deverão ficar com essas resoluções.
- Favorecer a discussão coletiva por parte dos alunos. Trata-se de “favorecer a discussão efectiva de ideias por parte dos alunos a partir da qual possam aprender conceitos e procedimentos matemáticos, bem como desenvolver as suas capacidades, em particular a comunicação matemática” (p. 17).
- Promover um ambiente estimulante na sala de aula, em que os alunos se sintam encorajados a participar ativamente nas discussões coletivas.

Portanto, o professor deve preparar-se para criar um ambiente em que os alunos se sintam confortáveis para discutirem as estratégias uns dos outros, colocando-lhes algumas questões para desenvolver a comunicação matemática. É também importante que o professor selecione tarefas que promovam a discussão coletiva.

CAPÍTULO III – Metodologia

3.1. Opção metodológica

Para Bogdan e Biklen (1994) na investigação qualitativa o investigador é o instrumento principal de recolha de dados, passando muito tempo no local da investigação. A investigação é descritiva, havendo a preocupação com os detalhes. Por isso, “os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registos oficiais” (p. 48). Numa investigação deste tipo é mais importante o processo do que os resultados da investigação. Por exemplo, as questões que a orientam podem ser reformuladas durante o processo de investigação. O investigador analisa os dados de uma forma indutiva, sendo que “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando” (p. 50). Por fim, o significado tem uma importância extrema, ou seja, o investigador descreve e analisa as ações dos participantes e preocupa-se com o significado que os participantes lhes atribuem.

De acordo com Bento (2012), “a investigação qualitativa foca um modelo fenomenológico no qual a realidade é enraizada nas percepções dos sujeitos; o objectivo é compreender e encontrar significados através de narrativas verbais e de observações em vez de através de números” (p. 1).

Existem quatro razões para que o professor faça uma investigação sobre a sua própria prática: (i) para assumir-se como protagonista no campo curricular, tendo mais meios para enfrentar problemas da própria prática, (ii) para desenvolver-se no ponto de vista profissional e organizacional, (iii) para contribuir para um património de cultura e conhecimento dos professores, e (iv) para contribuir para um conhecimento mais geral de problemas educativos (Ponte, 2000).

Considero que é o método qualitativo mais adequado para o meu estudo, pois analiso a minha prática, fazendo várias autorreflexões sobre o papel que devo desempenhar ao longo dos momentos de discussões coletivas, o que me irá permitir, com a ajuda de alguns instrumentos e técnicas de investigação, responder às minhas questões de partidas. Portanto, de acordo com as várias características do método qualitativo que acima já referi, sustento que recolhi vários dados no local da minha

investigação, principalmente as gravações de vídeo e de voz das discussões coletivas, que analisei posteriormente.

Para encontrar respostas para a minha problemática, tive de fazer a análise da minha própria prática como profissional no momento das discussões coletivas, ou seja tive de refletir sobre a minha prática como moderadora e orquestradora das discussões coletivas em sala de aula. Um dos objetivos da investigação sobre a prática é, efetivamente, a resolução de problemas profissionais e o aprofundamento do conhecimento sobre esses problemas (Ponte, 2000).

O meu trabalho de investigação corresponde a uma investigação sobre a prática, dado que ocorre uma investigação na sala de aula, que inclui uma análise das aprendizagens dos alunos, em simultâneo, com práticas de ensino, com objetivo de promover a aprendizagem na própria turma. Segundo Ponte (2002), a investigação privilegia a construção de conhecimento e por isso a investigação sobre a prática é muito importante para a construção de um conhecimento sobre essa mesma prática, sendo um processo de grande valor para o desenvolvimento profissional do professor envolvido na investigação. “A investigação sobre a prática profissional, a par da sua participação no desenvolvimento curricular, constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores” (p. 6).

3.2. Contexto do estudo

Como já referi, a turma com que estive a trabalhar é a Escola Básica nº1/Jardim de Infância Professor Bento Jesus Caraça, mais conhecida como Escola do Peixe Frito, devido à sua localização ser no Bairro do Peixe Frito em Setúbal. Esta escola pertence ao Agrupamento Vertical de Escola Ordem de Sant’Iago, é de carácter público e a professora cooperante foi a professora Helena Teixeira, titular da turma 29 (do 3.º ano de escolaridade).

O Agrupamento Vertical de Escolas Ordem de Sant’Iago foi constituído em 2003 e engloba os seguintes estabelecimentos de ensino: EB1/JI de Setúbal, EB1/JI do Faralhão, EB1 do Faralhão nº1, EB1 do Faralhão nº2, EB1 das Manteigadas, EB1 nº 5 – Peixe Frito, EB1 nº 7 – Fonte do Lavra e a EB 2,3/S Bela Vista.

A turma é do 3.º ano de escolaridade e é composta por dezanove alunos, sendo que um deles é um menino com necessidades educativas especiais e por isso está sempre na outra sala com os outros meninos com necessidades educativas especiais. Esta turma é composta por várias etnias e todos os alunos estão ao nível do 3.º ano.

De uma forma geral, os alunos desta turma são bastante participativos, apresentam vontade de aprender. No entanto, por vezes é necessário chamar-lhes a atenção para que estes se concentrem.

Em relação à área da Matemática, esta é uma área em que a maioria dos alunos tira resultados baixos e no que diz respeito à resolução de problemas, nota-se uma certa dificuldade da turma. Tal deve-se, por vezes, à falta de compreensão do enunciado e, outras vezes, na escolha dos procedimentos para a resolução do problema. É de referir que existem duas alunas com um desempenho muito bom nesta área e que gostam de ajudar os colegas. Este aspeto foi-me muito útil pois as alunas eram bastante boas a explicar o seu raciocínio e já estavam habituadas a ajudarem os colegas.

É importante referir que os alunos não tinham o hábito de fazer a discussão coletiva. Normalmente os alunos exploravam o problema no caderno, mostravam à professora e depois um dos alunos resolvia e explicava a sua estratégia no quadro, os restantes alunos passavam para o caderno.

3.3. Técnicas de recolha de dados

De acordo com Carmo e Ferreira (1998), duas das técnicas mais utilizadas em investigação qualitativa são a observação participante e a recolha documental. Foi com base nestas técnicas que recolhi os dados desta investigação.

3.3.1. Observação participante

“A observação é uma técnica de recolha de dados particularmente útil e fidedigna, na medida em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos, como acontece nas entrevistas e nos questionários” (Afonso, 2005, p. 91). Os produtos desta técnica de recolha de dados assumem, habitualmente, a forma de registos escritos ou registos em vídeo (Afonso, 2005).

Recolhi os dados da minha investigação durante a orquestração das discussões coletivas das tarefas propostas aos alunos. Recorri à gravação de voz e de vídeo para mais tarde analisar os dados com maior pormenor. Todas intervenções, minhas e dos alunos, associadas ao momento de discussão coletiva das estratégias utilizadas na resolução dos problemas, são dados que privilegio para refletir sobre a aprendizagem dos alunos e sobre as minhas ações.

Na observação participante, de acordo com Carmo e Ferreira (1998), o investigador tem um papel estudioso junto dos restantes participantes, posicionando-se num ponto fácil de observação e desempenha papéis que estão interligados com estes. Também o autor Lacey (1976) “definiu a observação participante como a transferência do indivíduo total para uma experiência imaginativa e emocional na qual o investigador aprendeu a viver e a compreender o novo mundo” (Bell, 1997, p.141). A minha observação do ponto de vista da implicação do investigador é participante, pois atuo durante as discussões coletivas interagindo com os participantes no meu estudo, nomeadamente os alunos.

Por tudo o que já referi e, de acordo com o meu estudo/investigação, a observação participante constituiu uma técnica importante de recolha de dados. Recorrei à observação através do registo de áudio, vídeo e fotografia pois pretendia fazer uma análise e reflexão sobre a minha prática e, como a ação é fugaz, é muito importante conseguir ter os vídeos ou gravações de voz, para mais tarde lembrar de todos os pormenores existentes nas discussões coletivas.

3.3.2. Recolha documental

A análise documental tem alguns pontos que devem ser postos em consideração, como por exemplo: (i) a natureza dos documentos, que poderão ser de fonte primária (documentos que aparecem durante o período da investigação) e de fonte secundária (documentos interpretativos dos acontecimentos da investigação), (ii) a localização dos documentos é feita da mesma maneira que as pesquisas bibliográficas e deve-se consultar a sua disponibilidade e acessibilidade, (iii) a seleção de documentos que está ligado com o tempo, ou seja por vezes não é possível analisar todos os documentos, por isso é necessário fazer uma seleção cuidada dos documentos por categorias e até

estipular um tempo para a sua análise, (iv) a análise crítica dos documentos que poderá ser dividida em crítica externa (documentos genuínos e autênticos) e em crítica interna (os conteúdos dos documentos estão sujeitos a uma análise rigorosa) (Bell, 1997).

Os documentos utilizados nesta investigação incluíram as tarefas propostas no âmbito deste estudo, as planificações que efetuei no momento do estágio relativas à exploração destas tarefas, os registos que efetuei correspondentes à antecipação das estratégias de resolução das mesmas e as produções dos alunos na sua resolução.

3.4. Análise dos dados

Para analisar os dados comecei por organizá-los por tarefas, reunindo os dados resultantes dos vários tipos de registos (planificações das tarefas, antecipações das estratégias de resolução das tarefas, transcrições de alguns episódios de sala de aula resultantes dos registos áudio das aulas e produções dos alunos).

Para além das próprias tarefas, os dois primeiros tipos de documentos foram importantes para compreender aspetos relacionados com as minhas práticas de seleção/adaptação/construção das tarefas. As produções dos alunos ajudaram-me a perceber os seus raciocínios nas estratégias utilizadas para a resolução dos problemas e serviram como complemento dos dados resultantes do registo áudio das discussões coletivas realizadas na aula em torno das tarefas.

Relativamente às discussões coletivas comecei por efetuar a análise dos dados tendo em conta as cinco etapas do trabalho do professor em torno das tarefas, indicadas por Stein et al. (2008): Antecipar, Monitorizar, Selecionar, Sequenciar e Estabelecer conexões. Contudo, a análise dos dados fez emergir mais um momento importante do trabalho do professor durante as discussões coletivas que designei por “Gestão da apresentação e da discussão das resoluções dos alunos”.

Para a prática “Antecipar”, analisei cada antecipação das estratégias dos alunos que fiz em cada tarefa, descrevendo como fazia e apontando os desafios que senti nesta prática. Para isso recorri aos meus registos e às estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de cada tarefa. Para analisar as práticas “Monitorizar” e “Estabelecer conexões”, identifiquei episódios decorridos nestas práticas, procurando saber se agi da melhor forma, confrontando com opiniões de vários autores. Para as práticas

“Selecionar” e “Sequenciar”, descrevi cada uma delas, recorrendo a registos fotográficos. Para analisar a “Gestão da apresentação e da discussão das resoluções dos alunos”, observei as gravações realizadas, fiz uma análise e reflexão da minha prática enquanto “moderadora” das discussões, procurando ver se atuo nos momentos certos, ou não, e de que forma.

Para finalizar, gostaria de salientar que a seleção dos episódios de sala de aula foi orientada por situações/momentos de aula:

- que considerei particularmente bem conseguidas;
- que parecessem traduzir uma preocupação, uma intenção, ...;
- em que eu evidenciasse deparar-me com alguma dificuldade, com alguma surpresa, ...;
- que evidenciasse reações às intervenções e ao trabalho realizado pelos alunos.

3.5. Proposta Pedagógica

A proposta pedagógica desta investigação surge associada ao tipo de tarefas que escolhi e à modalidade de trabalho que adotei na sua exploração.

3.5.1. As tarefas

Nesta investigação optei por um determinado tipo de tarefas – os problemas. Esta opção deveu-se ao facto de estes poderem constituir potenciais desencadeadores de discussões coletivas ricas (NCTM, 2007), no sentido de suscitarem o interesse dos alunos em participar e de potenciarem o surgimento de diferentes estratégias de resolução.

Explorei onze tarefas com os alunos da turma onde estagiei. Para a exploração e resolução dos problemas eram entregues, a cada par de alunos, o enunciado do problema e uma folha em branco para que estes fizessem a sua resolução.

A exploração de cada uma das tarefas teve a duração aproximada de uma hora e quinze minutos. Algumas destas tarefas foram construídas por mim e outras foram

adaptadas e/ou retiradas de diversos materiais didáticos (manuais escolares e de uma brochura que inclui tarefas sobre os números e as operações¹, do 3.º ano de escolaridade). A tabela 1 inclui os nomes das tarefas realizadas e as datas da sua exploração na sala de aula.

Número	Nome	Data
1	Viagem à Serra da Arrábida	24-10-2013
2	Os autocarros	28-10-2013
3	O gelado do João	05-11-2013
4	As batatas que chegaram à escola	12-11-2013
5	Pacotes de leite	19-11-2013
6	Os berlindes	25-11-2013
7	Vamos comprar cromos (1)	02-12-2013
8	Vamos comprar cromos (2)	09-12-2013
9	Vamos comprar cromos (3)	16-12-2013
10	Quantos tipos de sandes?	06-01-2014
11	Quantos menus?	13-01-2014

Tabela 1 - Calendarização das tarefas

Ao observarmos a tabela 1, podemos verificar que praticamente todas as tarefas foram exploradas na sala de aula com um intervalo de uma semana entre si. Apenas as últimas duas foram temporalmente mais distanciadas, pois entre a tarefa 9 e a tarefa 10 houve uma interrupção letiva.

Recorrendo à classificação apresentada por Boavida et al. (2008) considero que, de entre as tarefas propostas neste projeto, a maioria delas são problemas de processo e existem dois problemas, nomeadamente o problema 8 e o problema 9 que considero como sendo problemas de cálculo.

3.5.2. Modalidade de trabalho adotada na exploração das tarefas

A modalidade de trabalho que escolhi para a resolução das tarefas do meu estudo foi o trabalho a pares. A escolha desta modalidade deriva de uma perspetiva que valoriza a aprendizagem cooperativa, em que os alunos têm de chegar a um objetivo comum, nomeadamente a resolução do problema. O trabalho a pares faz, não só com

¹ Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

que o aluno mostre os seus pontos de vista e argumente as suas escolhas, mas também aprenda a ouvir a opinião do colega e analisá-la.

Considero que o trabalho a pares é uma boa modalidade para a exploração das tarefas, pois caso se deparem com alguma dificuldade podem partilhar as opiniões e ajudarem-se mutuamente. Para o meu projeto, não escolhi o trabalho de grupo por querer ter várias estratégias de resolução dos problemas propostos, ou seja, se tivesse optado pelo trabalho em grupo iria ter menos estratégias de resolução dos alunos. Também relativamente às apresentações das estratégias, considero que dois alunos seriam o número ideal, pois se fossem muitos alunos a apresentar, não conseguiram falar todos.

Para a formação dos pares adotei estratégias diferentes, consoante as situações, com que me ia deparando. Nas primeiras vezes escolhi os alunos que estavam mais perto e, assim, não precisavam de se levantar do lugar para formar o grupo. Depois comecei a perceber quais eram os pares que trabalhavam melhor e decidi deixar os mesmos e ir trocando os outros pares para que todos conseguissem trabalhar da melhor forma.

Houve uma situação em que os alunos me disseram que estavam cansados de ficar sempre com o mesmo colega, por isso uma das minhas opções foi interligar o conteúdo de Língua Portuguesa para a formação dos pares. Portanto, fiz uma espécie de jogo, fazendo com que alguns tivessem a oportunidade de escolherem o seu parceiro e formaram os pares de acordo com o número de sílabas do nome de cada aluno, ou seja os alunos escolheram o par cujo número de sílabas do nome fosse igual ao seu.

Considero que esta opção de formação de pares foi muito interessante, os alunos reagiram muito bem a esta situação e gostaram imenso de poder escolher o seu parceiro. Esta opção não serviu apenas para os alunos poderem escolher os pares, uma vez que alguns estavam cansados de ficar com o mesmo par, mas também serviu para analisar outros pares que trabalhavam melhor.

Apesar de no início querer formar pares de alunos, cujos alunos estavam mais perto para ser rápido e menos barulhento, penso que as opções que segui para formações de novos pares foram muito importantes, pois consegui ver mais entusiasmo por parte dos alunos porque estavam a trabalhar com quem estes queriam.

CAPÍTULO IV – Análise de dados

Neste capítulo descrevo e analiso os dados recolhidos ao longo do momento de estágio. Numa primeira secção descrevo as opções subjacentes à seleção das tarefas, nomeadamente no que diz respeito ao seu tipo e contexto, aos materiais utilizados, ao modo como as sequenciei e os desafios com que me deparei neste tipo de trabalho. A segunda secção inclui a descrição e a análise dos desafios com que me deparei no desenvolvimento das cinco práticas de orquestração de discussões coletivas bem como as decisões que tomei para ultrapassar algumas delas.

4.1. A escolha das tarefas

As onze tarefas propostas no âmbito da realização desta investigação visam o trabalho em torno do tema Números e operações do 3.º ano de escolaridade. Quanto ao tipo de tarefa, a minha opção recaiu em situações que constituíssem problemas para os alunos, por considerar que estes podem envolver os alunos numa atividade matemática desafiadora e significativa e por poderem desencadear momentos ricos de discussão na sala de aula.

Para escolher algumas das tarefas que propus aos alunos recorri aos seguintes materiais: (i) o documento “Investigar a comunicação matemática no 1.º ciclo” (Menezes, Santos, Silva & Trindade, 2003) e (ii) a brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009). O primeiro resulta de um trabalho de investigação que teve como objeto de estudo as práticas comunicativas dos professores do 1.º ciclo ao trabalharem a área de Matemática. Este documento inclui problemas interessantes e que fomentam a comunicação matemática na sala de aula. O segundo inclui sequências de tarefas que têm como objetivo o desenvolvimento de aspetos fundamentais relacionados com as operações multiplicação e divisão trabalhados no 3.º ano. Para além de vários problemas, esta inclui registos de possíveis estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos para resolução de cada problema, apresenta sugestões de como o professor deve proceder durante a exploração do problema e por vezes mostra algumas extensões de problemas. Por estes motivos, esta

brochura constituiu um material de apoio importante para orientar as minhas práticas de orquestração de discussões coletivas em torno dos problemas selecionados.

As tarefas que utilizei neste estudo, por vezes, foram selecionadas destes materiais, outras adaptadas dos mesmos e outras foram construídas por mim. Apresento em seguida cada uma destas tarefas, descrevendo em simultâneo os aspetos que valorizei e que nortearam a sua seleção/adaptação/construção.

Tarefa 1

O primeiro problema que propus aos alunos (ver figura 4) foi ‘inventado’ por mim. Muito antes de começar o meu estágio elaborei-o quando escolhi o tema deste trabalho e pensei introduzir no problema várias situações em aberto, ou seja, que não estivessem à partida totalmente definidas, para que suscitasse mais discussão na turma.

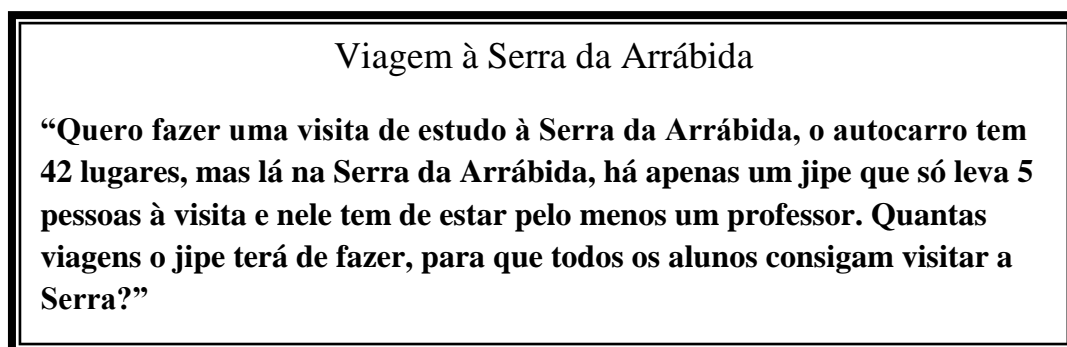


Figura 4 - Enunciado da tarefa 1 – Viagem à Serra da Arrábida

Apesar da maioria das minhas tarefas serem problemas, esta tarefa pode ser considerada uma exploração, pois inclui uma série de questões abertas de desafio reduzido. Quero com isto dizer que para a resolução deste problema, os alunos teriam de pensar nas respostas das seguintes questões: (i) *Quantos alunos tem a turma?*; (ii) *As cinco pessoas que o jipe leva já inclui, ou não, o condutor?*; (iii) *Se o jipe não tem condutor, quem o conduz?*. Na verdade, para a primeira questão a resposta poderia variar entre 18 e 19 alunos, pelo facto de a turma ter um aluno com necessidades educativas especiais e, frequentemente, este está numa sala diferente com outros meninos com NEE, pelo que alguns alunos poderiam esquecer-se. A segunda e terceira questão envolve a decisão de quem seria o condutor do jipe e se este está ou não contabilizado na lotação do mesmo.

Estas foram questões que eu deixei em aberto, ou seja não dei a resposta aos alunos até chegar à discussão coletiva. Efetivamente, uma das minhas intenções era que houvesse mais discussão entre os alunos durante o momento de apresentação das suas estratégias à turma. Apesar de este aspeto se ter verificado, pude observar que houve muitos alunos que revelaram dificuldades em compreender que existiriam diferentes formas de resolver o problema, consoante o modo como se interpretava o mesmo.

Tarefa 2

A tarefa 2 (ver figura 5) foi retirada do documento “Investigar a comunicação matemática no 1.º ciclo” (Menezes, Santos, Silva & Trindade, 2003). O seu contexto também está relacionado com uma viagem, mas desta vez não apresenta questões em aberto. Pretendi manter uma situação de contexto semelhante à do problema anterior, porque considerei que foi uma situação que fez sentido para os alunos mas, neste caso, cuja resolução não levantasse tantas dúvidas como na tarefa anterior.

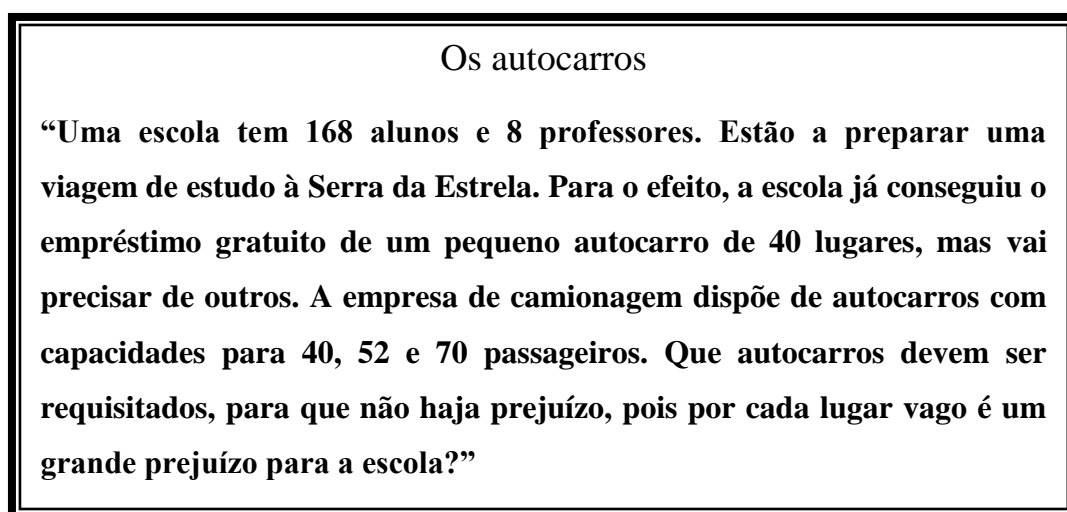


Figura 5 - Enunciado da tarefa 2 – Os autocarros

O objetivo desta tarefa era envolver os alunos na resolução de um problema que suscitasse o uso das operações de adição e de subtração. Esperava que os alunos adicionassem o número de autocarros de modo a que todos os alunos e professores possam ir à viagem, sabendo que quantos mais lugares vagos existirem, mais prejuízo terá a escola e que um autocarro de 40 lugares já tinha sido requisitado.

Tarefa 3

Tal como a tarefa anterior, a tarefa 3 (ver figura 6) foi retirada do documento “Investigar a comunicação matemática no 1.º ciclo” (Menezes, Santos, Silva & Trindade, 2003). Selecionei-o pelo facto de os alunos terem estado a realizar atividades relacionadas com o dinheiro e, portanto, pretendia envolver os alunos na resolução de problemas que envolvessem cálculos com dinheiro.

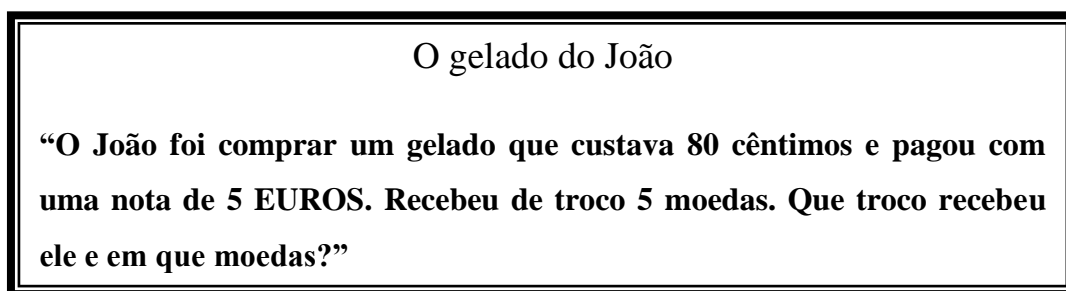


Figura 6 - Enunciado da tarefa 3 – O gelado do João

Primeiramente os alunos deveriam descobrir o troco que o João recebeu fazendo a subtração de 5 euros por 80 cêntimos. Para isso, teriam de compreender a relação entre os euros e os cêntimos ($80 \text{ cêntimos} = 0,80 \text{ euros}$). Depois de concluírem que o troco é 4 euros e 20 cêntimos, teriam de descobrir quais seriam as moedas que o João recebeu dado que este recebeu 5 moedas. Para resolverem esta questão, os alunos tinham de conjugar o número de moedas com a quantia 4 euros e 20 cêntimos.

Tarefa 4

Como os alunos mostraram algumas dificuldades na interpretação dos problemas anteriores, optei por ser eu a construir a tarefa 4 (ver figura 7). Ao criar este problema preocupei-me em que este fosse mais fácil de interpretar e de resolver pelos alunos. Neste momento, a minha principal preocupação era que os alunos sentissem mais à vontade em resolver as tarefas de matemática, tentando evitar que se desmotivassem pelas dificuldades que estas poderiam suscitar. Assim, construí um problema que envolvia conteúdos que os alunos já tinham trabalho naquela semana.

O objetivo desta tarefa é a utilização da operação multiplicação, pois, apesar de se poder utilizar a operação adição, o recurso à multiplicação constitui uma estratégia mais rápida. Ainda assim, para além de os alunos poderem usar a multiplicação (quer recorrendo à decomposição do número 125 e aos produtos conhecidos da tabuada do 6,

quer recorrendo à respetivo algoritmo), poderiam recorrer a adições sucessivas e/ou repetidas (quer recorrendo ao algoritmo da adição, ao cálculo horizontal ou ao cálculo mental).

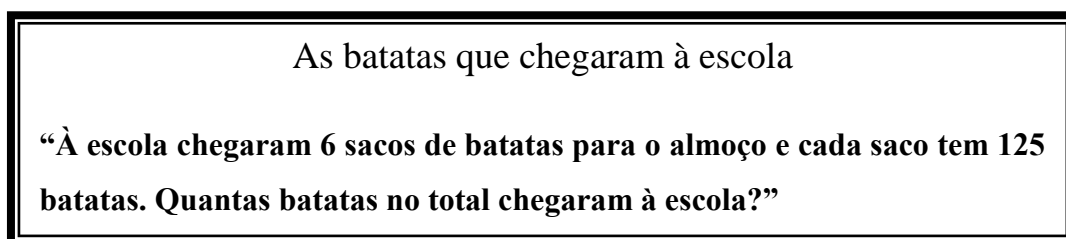


Figura 7 - Enunciado da tarefa 4 – As batatas que chegaram à escola

Tarefa 5

A tarefa 5 (ver figura 8) corresponde a uma adaptação da tarefa “Calcular de maneiras diferentes”, da brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009).

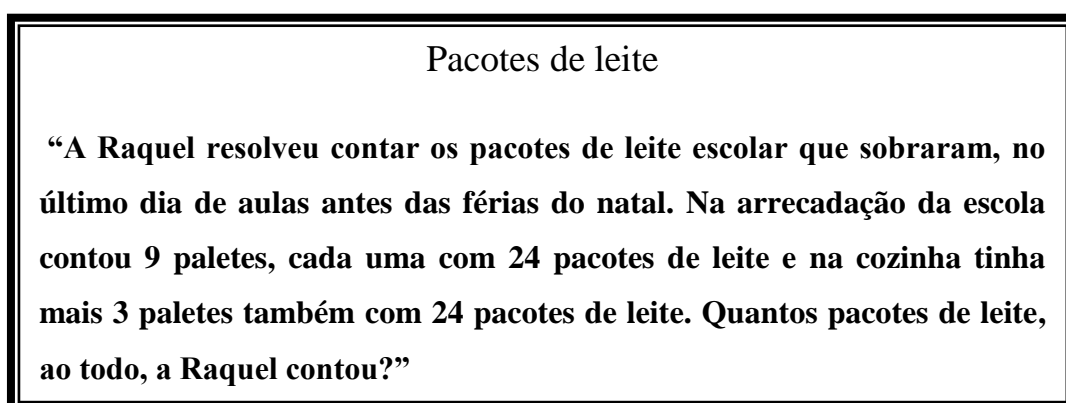


Figura 8 - Enunciado da tarefa 5 – Pacotes de leite

Tal como na tarefa anterior, este problema suscita o uso da operação multiplicação e envolve produtos por nove o que está de acordo com os objetivos de aprendizagem definidos para este momento do estágio (consolidar a tabuada do 9 e efetuar a multiplicação de um número de um algarismo por um número de dois algarismos, decompondo o segundo em dezenas e unidades e utilizando a propriedade distributiva). Efetivamente, apesar de os alunos poderem recorrer a estratégias aditivas, esta tarefa tenderia a envolver os alunos no cálculo do produto 9×24 e 3×24 ou unicamente no produto 12×24 . O surgimento destas estratégias poderia constituir uma boa

oportunidade de abordar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, salientando que $9 \times 24 + 3 \times 24 = 12 \times 24$.

Tarefa 6

A tarefa 6 (ver figura 9) constitui uma adaptação da questão 2 da tarefa “Cromos e mais cromos...”, da brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009).

<p style="text-align: center;">Os berlindes</p> <p>“Tenho 144 berlindes e gostava de dividi-los por igual, por 8 alunos. Quantos berlindes ficam para cada aluno?”</p>
--

Corresponde a um problema de divisão no sentido de partilha, em que os alunos teriam de pensar sobre quantos berlindes ficaria para cada aluno, partilhando-os de igual forma.

A sua escolha derivou das características do contexto, nomeadamente por constituir uma situação próxima dos alunos e por ir ao encontro dos objetivos de aprendizagem que tinha traçado: (i) Resolver problemas envolvendo situações de partilha equitativa e (ii) reconhecer a relação entre as operações multiplicação e divisão (a divisão é a operação inversa da multiplicação). Como os alunos ainda não tinham aprendido o algoritmo da divisão, estes tinham de chegar à resposta de uma outra forma. Apesar de poderem recorrer à “distribuição” dos berlindes por oito conjuntos, previa que, na generalidade, os alunos recorressem à operação multiplicação. A resolução deste problema permitiria, assim, relacionar a operação multiplicação com a operação divisão.

Tarefas 7, 8 e 9

As tarefas 7, 8 e 9 (ver figuras 10, 11 e 12, respetivamente) foram adaptadas da questão 1 da tarefa “Cromos e mais cromos...”, da brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009). Nestas tarefas, continuei com problemas de divisão mas, desta vez, com o sentido de medida, em que a ‘medida’ é referente ao número de cromos que contém cada carteira. Nestas três tarefas apenas

foram alterados os números envolvidos, mantendo-se a mesma situação associada ao contexto.

Vamos comprar cromos (1)

“Quantas carteiras, de 8 cromos cada, são necessárias comprar para ter um total de 176 cromos?”.

Figura 10 - Enunciado da tarefa 7 – Vamos comprar cromos (1)

Vamos comprar cromos (2)

“Quantas carteiras, de 6 cromos cada, são necessárias comprar para ter um total de 228 cromos?”.

Figura 11 - Enunciado da tarefa 8 – Vamos comprar cromos (2)

Vamos comprar cromos (3)

“Quantas carteiras, de 3 cromos cada, são necessárias comprar para ter um total de 234 cromos?”.

Figura 12 - Enunciado da tarefa 9 – Vamos comprar cromos (3)

Como já foi referido, neste momento, os alunos não sabem fazer o algoritmo da divisão, portanto mais uma vez, previa que esta tarefa iria potenciar o uso de estratégias que envolvessem outras operações. Para além da formação de grupos com a mesma quantidade e usando estratégias icónicas, os alunos poderiam recorrer a adições repetidas, a subtrações sucessivas ou à multiplicação. A possibilidade de estes problemas poderem suscitar esta diversidade de estratégias e o querer perceber se os alunos de uma tarefa para a outra optavam por utilizar estratégias que já tinham usado anteriormente ou se recorriam a estratégias ‘melhores’ que foram apresentadas pelos colegas, levou-me a optar por propor o mesmo género de problema. Efetivamente, estava preocupada em perceber se a exploração das tarefas anteriores e, em particular, a

partilha e discussão coletiva das estratégias estariam, ou não, a contribuir para que os alunos evoluíssem nas estratégias usadas.

Para os alunos resolverem a tarefa 9, deveriam partilhar 234 cromos por cada carteira, visto que cada carteira contém 3 cromos. Mais uma vez, neste problema poderão ser usadas subtrações sucessivas e adições repetidas. Contudo, pelas características dos números envolvidos, estes processos mostrar-se-iam muito morosos e, eventualmente poderiam originar enganos. A opção por estes números visou, assim, impulsionar o recurso a procedimentos multiplicativos.

Tarefa 10

A tarefa 10 (ver figura 13) corresponde, também, a um problema selecionado da brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009). Este problema tem como objetivo que os alunos compreendam e utilizem a multiplicação no seu sentido combinatório. Para além de permitir atingir este objetivo, a seleção desta tarefa deveu-se ao facto de considerar que o contexto era um contexto real e ao qual os alunos poderiam atribuir facilmente sentido.

Quantos tipos de sandes?



Figura 13 – Enunciado da tarefa 10 – Quantos tipos de sandes?

Pretendia que os alunos observassem a imagem e encontrassem todos os tipos de sandes possíveis de fazer. Quando selecionei esta tarefa, previ que poderia surgir a dúvida acerca de quantos ingredientes poderiam ser usados em cada sandes. No entanto, esta questão só seria debatida caso os alunos se deparassem com ela e apenas no momento em que eventualmente surgisse.

Neste problema, os alunos poderiam recorrer a desenhos, representações em árvore e tabelas. Apesar de todas estas hipóteses, o meu objetivo ao propor esta tarefa era que os alunos compreendessem que estávamos perante uma situação que envolve a multiplicação. Neste sentido, pretendia que reconhecessem que se tratava da multiplicação dos dois tipos de pão com os três ingredientes possíveis. Caso se considere que só se poderia utilizar apenas um ingrediente em cada sandes, teríamos: $2 \times 3 = 6$, pelo que existiriam 6 tipos de sandes. No caso de se poder utilizar mais de um ingrediente, por exemplo: (i) queijo; (ii) fiambre; (iii) manteiga; (iv) queijo e fiambre; (v) queijo e manteiga; (vi) fiambre e manteiga; (vii) queijo, manteiga e fiambre, teriam então a seguinte multiplicação: $2 \times 7 = 14$.

Tarefa 11

Para a última tarefa, utilizei o problema “Quantos menus?” que também selecionei da brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009). Esta tarefa funciona uma extensão da tarefa 10, na qual são acrescentados mais elementos para conjugar com as sandes (as bebidas e as frutas).



Figura 14 – Enunciado da tarefa 11 – Quantos menus?

Na figura 14 está apresentada a imagem que foi entregue aos alunos. Estes deveriam descobrir quantos menus poderiam ser formados, sendo que um menu é construído por uma sandes, uma bebida e uma peça de fruta. Tal como diz no enunciado, a sandes só pode conter um ingrediente e o sumo não pode ser da peça de fruta escolhida.

A minha expectativa era que os alunos evoluíssem nos procedimentos utilizados na tarefa anterior, uma vez que estes foram apresentados e discutidos em grupo. Ainda assim, previa que os alunos revelassem algumas dificuldades dado que existem elementos no menu que não podem ser conjugados com outros (o sumo não pode ser feito da peça de fruta escolhida).

Neste problema, os alunos poderiam novamente recorrer a representações em árvore, tabelas e usar a multiplicação. Neste último caso multiplicariam o número de sandes possíveis, o número de sumos e número de peças de fruta, tendo em atenção que o número de peças de fruta passaria de 3 para 2, pois como já foi referido o sumo não pode ser da mesma peça de fruta que for escolhida. Portanto teríamos o seguinte produto: $6 \times 2 \times 2 = 24$, em que o 6 representa o número de sandes, o 2 o número de sumos diferentes e, por último, o outro 2 representa o número de peças de fruta também diferentes.

4.1.1. Preocupações subjacentes à escolha das tarefas

Uma das preocupações na escolha das tarefas relaciona-se com as situações associadas aos contextos das mesmas. Tentei sempre que os problemas selecionados/adaptados/construídos envolvessem situações que os alunos compreendessem e às quais atribuísem facilmente sentido, aspeto que penso que foi globalmente conseguido. Apesar de considerar que os contextos das tarefas envolvam situações próximas dos alunos de modo a motivá-los para a resolução dos problemas, considero que nem sempre as situações propostas cumpriram este requisito. Por exemplo, a tarefa 4 e a tarefa 5 têm situações associadas que não constituem propriamente situações que façam parte das suas vivências ou que sejam importantes para alunos destas idades.

Também os números envolvidos nas tarefas constituíram uma preocupação. Nas primeiras tarefas preocupei-me essencialmente com o facto da grandeza dos números surgir de forma gradual e se seria, ou não, adequada aos cálculos que os alunos teriam de realizar. Com o desenvolvimento desta investigação, e em particular ao analisar a brochura Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009), apercebo-me da importância da grandeza dos números envolvidos no eventual

surgimento de determinadas estratégias de resolução das tarefas (refiro-me, em particular, às tarefas 8 e 9, cuja mudança de números tem como objetivo potenciar o surgimento de um determinado tipo de estratégia na resolução da tarefa.

Associada à sequenciação das tarefas surgem algumas preocupações. Para além de visarem a abordagem de conteúdos sequencialmente, tal como surgem no programa (MEC, 2013) (abordagem das operações adição, subtração e multiplicação), preocupe-me com o facto de as tarefas não constituírem uma grande dificuldade para os alunos, de forma a evitar a desmotivação dos mesmos na aprendizagem da Matemática. Por exemplo, considero que a segunda tarefa que construí (tarefa 4) era um problema relativamente fácil, pois a maioria dos alunos conseguiram resolvê-lo. Quando estava a construir esta tarefa tentei simplificá-la ao máximo, porque senti que alguns alunos estavam a desinteressar-se pelos problemas, pois tinham dificuldades em resolvê-los.

Mereceu também uma atenção crescente a possibilidade das tarefas potenciarem o uso de diferentes estratégias por parte dos alunos, por forma a contribuir para uma discussão coletiva mais rica e produtiva. Quando inicio a minha intervenção considero que uma discussão com estas características será fundamentalmente desencadeada se a tarefa incluir aspetos por definir no enunciado. Na verdade este aspeto promove a discussão em torno das várias interpretações que podemos fazer do problema. Contudo, essa discussão poderá deixar de fora aspetos relacionados com diferentes estratégias de cálculo, caso o problema não potencie simultaneamente o surgimento das mesmas, aspeto que se verificou na exploração da tarefa 1 que propus aos alunos.

Finalmente, destaco a antecipação de estratégias que os alunos poderão usar na resolução das tarefas. Considero que à medida que fui desenvolvendo este estudo, no momento da escolha de tarefas esta foi sendo uma preocupação cada vez mais forte. Efetivamente, quando inicio a sua realização a preocupação com a possibilidade das tarefas suscitarem a discussões era já uma preocupação. Contudo, a análise das tarefas que procurava nos materiais curriculares não se focava nas diferentes estratégias de cálculo que os alunos poderiam usar na sua resolução. Como a antecipação de estratégias constitui uma prática considerada fundamental para a orquestração de discussões coletivas produtivas, será aprofundado na secção seguinte.

4.1.2. Desafios que se colocam na escolha das tarefas

Analizando retrospectivamente o trabalho em torno da escolha das tarefas, assumo que foi um trabalho no qual senti algumas dificuldades. Quase sempre tive que fazer a adaptação das tarefas ou criar novas tarefas, de acordo com as características dos alunos da turma, evitando tarefas demasiado difíceis. Tal como referi anteriormente, uma das minhas principais preocupações era propor tarefas que os alunos gostassem e conseguissem resolver.

Um grande desafio que senti em relação às tarefas foi saber se as tarefas escolhidas eram indicadas para propor aqueles alunos. Para atenuar este desafio, antes de apresentar o problema aos alunos, pedia a opinião da professora cooperante. Contudo, alguma dúvida sobre a adequação da tarefa persistia até finalizar a sua exploração na sala de aula. Era através do envolvimento dos alunos durante a realização das tarefas, das suas resoluções e das suas intervenções nos momentos de discussão coletiva que efetivamente tinha uma melhor perceção da sua adequação à turma.

Este desafio estende-se às potencialidades da tarefa no que diz respeito às estratégias que permite suscitar. Considero que uma ‘boa tarefa’ é também aquela que pode suscitar várias estratégias de resolução. Encontrar ou criar tarefas com estas características não se mostrou fácil. Ainda assim, é de referir que a brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009) constituiu um material fundamental para a seleção e/ou adaptação de tarefas que, na minha perspetiva, são ‘boas tarefas’. Para além das propostas desta brochura serem as indicadas para o ano de escolaridade em que se encontrava a turma na qual estagiei, suscitavam diferentes estratégias e eram acompanhadas por uma descrição de estratégias que podiam ser usadas pelos alunos.

Para terminar, quero ainda relembrar que as tarefas 8 e 9 tinham o mesmo enunciado, sendo apenas alterados os números. Tive efetivamente dúvidas se deveria propor estas duas tarefas. Por um lado, o facto de o contexto ser o mesmo poderia contribuir para a falta de curiosidade e de vontade de os alunos se envolverem na resolução do problema 9. Por outro lado, estava focada no objetivo de promover o surgimento de novas estratégias na tarefa 9, objetivo que eventualmente conseguiria atingir se mudasse os números. Apesar de alguns alunos terem mudado a sua estratégia

de resolução na tarefa 9, considero que esta tarefa se transformou num problema de cálculo, em que os alunos apenas decidem as operações que consideram ser necessárias de efetuar.

4.2. As práticas de orquestração de discussões coletivas

Neste ponto irei descrever as minhas práticas de orquestração de discussões coletivas e identificando as preocupações subjacentes a estas práticas e os desafios com que me deparei no seu desenvolvimento. Como referi anteriormente, tentei orientar as minhas práticas de orquestração de discussão coletivas partindo das práticas indicadas por Stein, Engle, Smith e Hughes (2008). Contudo, é importante referir que só comecei a desenvolver algumas dessas práticas de forma mais sistemática e aprofundada a partir do 3.º problema, pois até lá, ainda não tinha um bom conhecimento das mesmas.

4.2.1. A antecipação das resoluções dos alunos

A antecipação das resoluções dos alunos constituiu uma prática que comecei a atribuir mais atenção a partir da 3.ª tarefa, pelo que dividirei a análise desta prática em duas partes.

As primeiras três tarefas

Em anexo (1, 2 e 3) apresento os registos, efetuados por mim, associados à preparação das três primeiras tarefas propostas aos alunos. Relativamente à tarefa 1, considero que este registo (anexo1) constitui essencialmente um guião da exploração da tarefa, onde estão referidos os pontos que o professor deve seguir para realizar a tarefa, não incluindo uma antevisão dos raciocínios dos alunos.

O registo associado à preparação da tarefa 2 (anexo 2) apresenta-se algo confuso e está pouco organizado. Analisando este registo considero que este corresponde essencialmente a uma resolução da tarefa.

Escolha dos autocarros	Resposta
40	R: Não chega
$40 + 40 = 80$	R: Não chega
$40 + 40 + 40 = 120$	R: Não chega
$40 + 40 + 40 + 40 = 160$	$160 - 136 = 24$ R: Sobram 24 lugares
$40 + 52 = 92$	R: Não chega
$40 + 52 + 40 = 132$	R: Não chega
$40 + 52 + 52 = 144$	$144 - 136 = 8$ R: Sobram 8 lugares
$40 + 70 = 110$	R: Não chega
$40 + 70 + 40 = 150$	$150 - 136 = 14$ R: Sobram 14 lugares
$52 + 52 = 104$	R: Não chega
$52 + 52 + 52 = 156$	$156 - 136 = 20$ R: Sobram 20 lugares
$52 + 70 = 122$	R: Não chega
$52 + 70 + 40 = 162$	$162 - 136 = 26$ R: Sobram 26 lugares
70	R: Não chega
$70 + 70 = 140$	$140 - 136 = 4$ R: Sobram 4 lugares

Tabela 2 - Opções de resposta da tarefa 2

Começo por indicar as operações que eu esperava que os alunos realizassem: (i) a adição do número de alunos (168) com o número de professores (8), (ii) a subtração do número de pessoas com o número de lugares do autocarro que já estava cedido à escola: $176 - 40 = 136$ e, (iii) a realização de várias operações para saber qual seria a melhor escolha. Na tabela 2 contém essas tentativas de uma forma mais organizada e que estiveram subjacentes à ‘minha’ resolução da tarefa.

No anexo 3 podemos observar o registo inicial do problema 3. Neste registo é apenas apresentado a subtração de 5 por 0,8, que corresponde à compra do gelado, ou

seja o resultado da subtração será o troco que o João recebeu. De seguida temos quatro opções para as 5 moedas que ele recebeu de troco.

As Restantes tarefas (da 4 à 11)

Normalmente fazia a “antecipação” depois de escolher o problema que mais tarde iria apresentar aos alunos. Para esta prática, eu realizava um registo das estratégias que achava que os alunos poderiam usar para resolver o problema, tentando colocar-me no lugar deles.

Como exemplo das minhas antecipações das estratégias para a resolução do problema, apresento antecipações de estratégias de cinco problemas propostos em diferentes momentos de estágio. Esta opção visa, sobretudo, tornar visíveis as características da antecipação das estratégias que fui realizando ao longo da intervenção na prática no âmbito deste estudo.

Handwritten student work for 'Problema 4' on lined paper. The text is written in blue ink. The first strategy is $125 + 125 + 125 + 125 + 125 = 750$ followed by a circled number 1. The second strategy is $125 \times 6 = 750$ followed by a circled number 2.

Figura 15 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 4

Na figura 15 podemos observar apenas a antecipação de duas estratégias da tarefa 4. A estratégia representada por número um consiste na adição repetitiva de 125 e a estratégia representada por número dois representa a multiplicação entre 125 e 6.

A figura 16 apresenta a antecipação das estratégias da tarefa 5, onde são anunciadas cinco estratégias de resolução do problema e um procedimento errado que suspeitei que pudesse surgir.

A Raquel resolveu contar os pacotes de leite escolar que sobearam, no último dia de aulas das férias do Natal. Na arrecadação da escola contou 9 paletes, cada uma com 24 pacotes de leite e na cozinha tinha mais 3 paletes também com 24 pacotes de leite. Quantos pacotes de leite ao todo, a Raquel contou?

① $(24) + (24) + (24) + (24) + (24) + (24) + (24) + (24) + (24) = 216$
 $(24) + (24) + (24) = 72$
 $216 + 72 = 288$

②

24	③	24	24	
24		$\times 9$	$\times 3$	$216 + 72 = 288$
24		216	72	
24				
24	④	$24 \times 12 =$		
24		$24 \times 10 = 240$	$240 + 48 = 288$	
24		$24 \times 2 = 48$		
24	⑤	24		
24	$\times 12$			
24	48			
24	$+ 24$	* fazer mal:	$24 + 9 = 33$	
24	288		$24 + 3 = 27$	
$+ 24$			$33 + 27 = 60$	
288				

Figura 16 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 5

A estratégia indicada pelo número um corresponde ao uso de adições repetidas do número 24, numa representação horizontal e dividida em duas partes (a primeira é soma das nove paletes e a segunda é a soma das três paletes).

A estratégia dois corresponde também ao uso de adições repetidas do número 24, mas em que se recorre ao algoritmo da adição.

A estratégia representada com o número três consiste em duas multiplicações, onde se recorre ao algoritmo da multiplicação. É multiplicado o número de paletes (9) pelo número de pacotes de leite (24), o que dará o número de pacotes de leite que se encontram na arrecadação. É apresentado o mesmo procedimento para determinar o número de pacotes que se encontram na cozinha. No final é feita uma adição dos dois produtos anteriores.

A estratégia quatro corresponde à multiplicação do número total de paletes encontradas (12) com o número de pacotes de leite de cada palete (24), recorrendo à

representação horizontal. O número 12 é decomposto em 10 mais 2 e, a seguir, são calculados os produtos 10×24 e 2×24 . Mais uma vez, no final, são adicionados os resultados. Por último a estratégia 5 representa o algoritmo da multiplicação do número 24 por 12.

O procedimento errado apresentado na antecipação deste problema corresponde à adição dos números apresentados no enunciado do problema. Efetivamente, fui observando a tendência de alguns alunos em usar os números do problema e em recorrerem a uma operação que conhecem sem interpretar o problema.

A figura 17 apresenta a antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 7, que contém quatro estratégias.

A primeira estratégia consiste nas adições repetidas do número 8, até chegar a um total de 176 (total de cromos), para descobrir a resposta é necessário “contar” o número de parcelas.

A segunda estratégia é igual à primeira com a diferença do número utilizado nas adições ser o número 16, que corresponde ao número de cromos de duas carteiras. No final também é necessário contabilizar o número de parcelas e multiplicar por 2.

A terceira estratégia começa com o produto $8 \times 18 = 144$, por ser um produto usado no problema anterior. De seguida vão sendo calculados outros produtos, aumentando o número do segundo fator (número de carteiras) até encontrar o resultado pretendido (176).

A quarta e última estratégia recorrem à adição de $80 + 80$, em que 80 corresponde aos cromos de 10 carteiras. Sabendo que 20 carteiras têm 160 cromos, pode procurar-se o número que somado a 160 irá dar o total de cromos (176). Como podemos observar é o número 16, que corresponde a mais 2 carteiras. No final é somado o número de carteiras $20 + 2 = 22$.

[illegible]

A figura 19 inclui a minha antecipação das estratégias dos alunos referentes à tarefa 10. São apresentadas quatro estratégias possíveis para a resolução do problema.

A estratégia numerada por dois recorre à multiplicação. Os alunos podem efetuar o produto do número associado aos tipos de pão disponíveis (2) pelo número de ingredientes diferentes (3).

Na estratégia assinalada com o número três podemos observar de novo um esquema, mas neste caso já podem usar mais de um ingrediente, obtendo-se um total de 14 sandes diferentes.

Por fim, a última estratégia é muito parecida com a estratégia dois, No entanto, tal como na estratégia três é utilizado mais do que um ingrediente e, por isso, temos o seguinte produto: $2 \times 7 = 14$.

Problema 10%

→ Quantas Sandes?

①

Pão	centeo	c/ manteiga	} 6 sandes
"	trigo	" "	
Pão	centeo	c/ fiambre	
"	trigo	" "	
Pão	centeo	c/ queijo	
"	trigo	" "	

② $2 \times 3 = 6$
Pão ingrediente

③

Pão	centeo	c/ manteiga	e fiambre	} 7
"	"	"	e queijo	
"	"	c/ fiambre	e queijo	
"	"	"	queijo	
"	"	"	fiambre e manteiga	
Pão	trigo	c/ manteiga	e fiambre	} 7
"	"	"	e queijo	
"	"	c/ fiambre	e queijo	
"	"	c/ queijo		
"	"	c/ fiambre e manteiga		

④ 2 Pães

Ingredientes:

Queijo	} 7
Manteiga	
Fiambre	
Manteiga + Queijo	
Queijo + Fiambre	
Manteiga + Queijo + Fiambre	

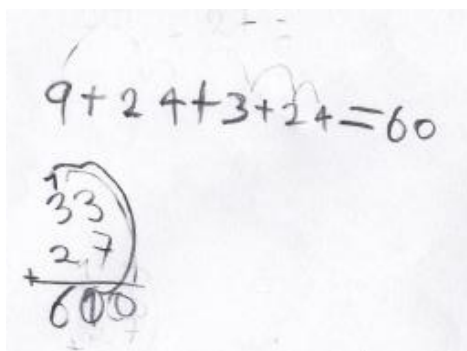
$2 \times 7 = 14$

Figura 19 - Antecipação das estratégias dos alunos da tarefa 10

É importante referir que depois de pensar em algumas estratégias que os alunos poderiam utilizar para a resolução de um problema, sequenciava essas estratégias, ordenando-as da mais simples para a estratégia que considero corresponder a um nível

superior de raciocínio dos alunos. Os números que assinalam as estratégias nas figuras 15, 16, 17, 18 e 19 correspondem, precisamente, a este processo. Este aspeto, ajudou-me a sequenciar as apresentações dos alunos no momento de apresentação das mesmas.

Ao antecipar as estratégias via-me a tentar “adivinhar” o que os alunos iriam fazer para resolver o problema. Em alguns problemas os alunos utilizaram precisamente as estratégias que tinha pensado e registado no momento de antecipação das estratégias. Por exemplo, na antecipação das resoluções dos alunos da tarefa 5, apresento quatro estratégias na totalidade, das quais duas foram utilizadas pelos alunos. Esta antecipação inclui também um procedimento errado que foi usado por um dos pares de alunos (ver figura 20) e que foi antecipado por mim (ver figura 16). Efetivamente os alunos somam os quatro números presentes no enunciado do problema, mostrando que não compreenderam o problema.



The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, the equation $9 + 24 + 3 + 24 = 60$ is written. Below this, there is a vertical addition problem. The numbers 33 and 27 are written one above the other, with a plus sign to the left. A horizontal line is drawn below 27, and the result 60 is written below the line. There are some faint markings and a small circle around the 33.

Figura 20 - Procedimento errado utilizado pela Melany e pela Alexandra na tarefa 5

As figuras 21 e 22 incluem estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução do problema 4 e que correspondem a duas das estratégias que antecipei (ver figura 15).

$$\begin{array}{r}
 125 \\
 +125 \\
 \hline
 250 \\
 +125 \\
 \hline
 375 \\
 +125 \\
 \hline
 500 \\
 +125 \\
 \hline
 625 \\
 +125 \\
 \hline
 750
 \end{array}$$

Figura 21 - Estratégia utilizada pela Fabiana na tarefa 4

$$\begin{array}{r}
 125 \\
 \times 6 \\
 \hline
 750
 \end{array}$$

Figura 22 - Estratégia utilizada pela Catarina na tarefa 4

Desafios

Um dos desafios com que me deparei no momento da antecipação das tarefas foi conseguir pensar no modo como os alunos pensam. Como se pode observar pela descrição do meu trabalho em torno da antecipação das estratégias, numa fase inicial do projeto considero que não fazia propriamente uma antecipação alunos, cingindo-me ao modo como eu resolveria as tarefas. Mesmo quando começo a aperfeiçoar esta antecipação via-me a ‘imaginar’ como é que alguns alunos podiam pensar, aspeto que não se mostrou fácil, dado que me tinha que colocar no lugar deles. Tal exigiu pensar nos conhecimentos que eles tinham, no tipo de procedimentos que costumavam usar e nas dificuldades que iam revelando.

Um outro desafio com que me deparei ao antecipar as estratégias dos alunos prende-se com o receio de não ter conseguido antecipar todas elas. Efetivamente, à medida que vou explorando as tarefas com os alunos, apercebo-me que há estratégias que surgiram e que não tinha antecipado.

Por exemplo, uma das situações que me surpreendeu foi relativa a uma estratégia que foi utilizada na tarefa 8 por um par de alunos e que eu não tinha antecipado. Como já foi referido, o objetivo deste problema era dividir 228 por 6, porém os alunos ainda não tinham aprendido a fazer o algoritmo da divisão, tendo, por isso, de o resolver de uma outra forma. Na figura 23 está apresentada a estratégia utilizada por esse par de alunos.

Handwritten student work showing a strategy to solve $228 \div 6$. At the top, three multiplication facts are written: $20 \times 6 = 120$, $15 \times 6 = 90$, and $3 \times 6 = 18$. Below these, the numbers 20, 15, and 3 are each circled. At the bottom, the numbers are summed: $20 + 15 + 3 = 38$, with the word "carteiras" written next to the result.

Figura 23 - Estratégia nova utilizada pelo António e pela Jéssica Graça

Os alunos António e Jéssica Graça começam por multiplicar 6 por 20, descobrindo que 20 carteiras correspondem a 120 cromos. Depois, multiplicam 6 por 15, ou seja, 15 carteiras contêm 90 cromos. Por último multiplicam 6 por 3, para chegar ao total de cromos (228). No final somam o número de carteiras: $20 + 15 + 3 = 38$.

A figura 24 apresenta também uma estratégia usada por um par de alunos que eu não tinha antecipado quando preparei a exploração da tarefa 7. Apesar de na antecipação das estratégias dos alunos desta tarefa ter previsto o recurso a estratégias de que envolviam adições (ver figura 17), a estratégia apresentada pelos alunos na figura 24 é um pouco diferente. Estes alunos utilizaram números diferentes (8, 16, 24 e 32), em que por cima dos números está registado o número de carteiras a que corresponde, ou seja 8 cromos, correspondem a uma carteira, 16 cromos corresponde a duas carteiras,

$$\boxed{8} + \boxed{8} + \boxed{8} + \cancel{\boxed{8}} + \boxed{8} + \quad \boxed{8} + \boxed{8} + \frac{2}{\cancel{\boxed{8}}} + \boxed{8} + \cancel{\boxed{8}} + \frac{3}{\boxed{24}} + \boxed{8} + \frac{4}{\boxed{32}} + \boxed{8} + \frac{2}{\boxed{76}}$$

$$8 \times 28 = 176$$

R. tinha de ser ²² Corvo

Apesar dos desafios que esta prática me foi colocando, à medida que fui explorando as tarefas com os alunos na sala de aula, fui conhecendo melhor o modo como os alunos pensam e comecei a ficar mais segura na antecipação das estratégias das tarefas seguintes. Para além da experiência do trabalho com os alunos em torno da exploração das tarefas na sala de aula, considero também que o uso da brochura “Números e Operações – 3.º ano” (Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009) contribuiu para aperfeiçoar o meu trabalho em torno da antecipação de estratégias. Na verdade, este material curricular apresenta, para cada tarefa, um conjunto de possíveis estratégias que podem ser usadas pelos alunos na resolução das tarefas.

Neste momento de sala de aula ia passando por todos os pares de alunos para observar o que estavam a fazer para resolver o problema. Na figura 25 pode observar-se um par de os alunos a resolver um problema.



Figura 25 - Alunos a resolverem/explorarem a tarefa

Nesta prática, como referi ia passando por todos os pares e ia colocando-lhes algumas perguntas para ajudá-los a clarificar as suas ideias. Apresento de seguida uma conversa que tive com um par de alunos sobre o problema 7.

Professora: Então, o que é que já começaram a fazer?

Ana Cristina: Temos aqui, 12 carteiras que são 96.

Jéssica P: 96 cromos.

Professora: Como é que sabem que 12 carteiras corresponde a 96 cromos?

Ana Cristina: Porque ali no placard da multiplicação tem a tabuada do 8.

Professora: Explica lá isso melhor.

Jéssica P: Então ali está a tabuada e cada carteira tem 8.

Ana Cristina: Depois duas carteiras têm 16 cromos.

Jéssica P: Pois e 12 carteiras são 96 cromos.

Professora: Hum, já estou a perceber. E o que é que vão fazer a seguir?

Jéssica P: Vamos continuar a tabuada até chegar ao 176.

Professora: Porquê até ao 176?

Jéssica P: Porque é o total de cromos que nós queremos.

Professora: Muito bem, continuem assim.

(Monitorização da tarefa 7 – Vamos comprar cromos (1); 2-12-2013)

A minha principal preocupação neste episódio era saber se os alunos estavam no caminho certo para conseguirem resolver o problema. Coloquei algumas questões para conseguir ter uma explicação dos alunos sobre o seu raciocínio e estes conseguiram expressar-se.

É importante referir que no momento em que os alunos realizavam as tarefas fui sempre muito solicitada por eles e, em muitas situações, não tive oportunidade de registar o que os alunos iam perguntando, dizendo e respondendo às questões que lhes colocava. Também, nem sempre consegui registar todas as estratégias que os alunos iam verbalizando e registando. Assim, à medida que ia observando os alunos, tentava memorizar as estratégias que estavam a utilizar de uma forma muito geral e ia escrevendo no quadro os nomes dos pares que iriam partilhar as suas estratégias com a turma, como se pode observar na figura 26.

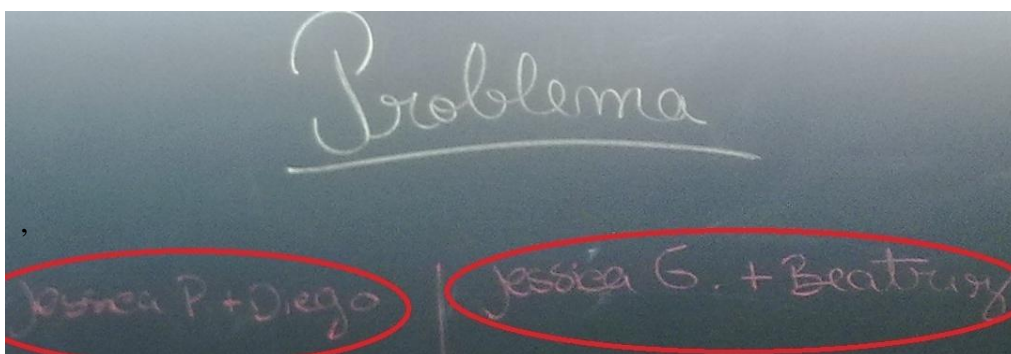


Figura 26 - Quadro com os nomes dos alunos

Desafios

Um dos desafios deste momento de trabalho em torno das tarefas prende-se com a dificuldade de compreender o que os alunos estavam a pensar. Por várias vezes, senti que os alunos manifestavam alguma insegurança quando tentavam explicar-me o modo como estavam a pensar e, por isso, a ideia que tinham e que me transmitiam, por vezes não era clara para mim. Nestas situações tentava transmitir confiança aos alunos, para que estes se sentissem mais à vontade a explicar os seus raciocínios. Pedia-lhes também para irem escrevendo todos os passos no papel que utilizavam para resolverem o problema, assim não perdiam o seu raciocínio e também seria mais fácil para mim compreender as suas estratégias.

A maioria das vezes tentava relacionar o pensamento dos alunos com as estratégias que já tinha pensado no momento de antecipação das estratégias. Apesar de os alunos não serem totalmente explícitos na sua explicação, considero que a relação que fui estabelecendo com as estratégias antecipadas e o que os alunos iam dizendo ou registando, facilitou a compreensão do modo como eles estavam a pensar.

Outra das dificuldades que senti durante o momento de monitorização foi evitar dar respostas aos alunos que evidenciassem um caminho de resolução da tarefa, tal como ilustro no episódio seguinte, tentei colocar questões aos alunos que os ajudassem a explicitar os seus raciocínios.

Jéssica P: Nós fizemos... Fizemos...

Professora: Não tenhas medo, tem calma e é só dizeres como é que vocês fizeram.

Jéssica P: Nós fizemos desenhos.

Professora: Ok, fizeram desenhos.

Jéssica P: E depois fizemos bolinhas lá dentro.

Professora: E essas bolinhas eram para quê?

Diego: Era para ver quantas viagens faziam.

(Monitorização da tarefa 1 – Viagem à Serra da Arrábida; 24-10-2013)

No entanto, os alunos perguntavam-me muitas vezes se o que estavam a pensar estava certo e se estavam a pensar da melhor maneira. Nestas situações, dizia-lhes que durante o momento de apresentação e discussão das estratégias à turma teriam a possibilidade de perceber se a sua estratégia estava certa e se existiriam eventualmente outras que consideravam ser melhores para resolver aquele problema.

Por exemplo, como já referi a tarefa 1 tinha algumas questões em aberto e alguns alunos tentaram obter respostas para essas questões durante a realização da tarefa. Neste caso, disse-lhes que deveriam ser eles a tomar decisões. Contudo, os alunos parecem não se ter sentido confiantes e, por vezes, voltavam a chamar-me para fazer a mesma pergunta.

Nessa ocasião perguntava-lhes o que é que eles achavam e qual era a opinião deles. Para ajudar mais um pouco ainda pedia que discutissem entre os dois para que chegassem a um acordo e que esse acordo seria uma possibilidade de resolverem o problema. O episódio seguinte ilustra o modo como lidei com a dúvida de um par de alunos sobre o número total de crianças a considerar na resolução da tarefa 1. Este episódio evidencia o caminho de tomada de decisão dos alunos na resolução de um problema, a partir das questões que lhes fui colocando.

Beatriz: Professora, nós temos uma dúvida.

Professora: Digam lá.

Beatriz: Aqui diz que nós vamos a uma visita de estudo, é só a nossa turma?

Professora: Sim, é vossa turma.

Jéssica G: Então temos de saber quantos alunos somos.

Beatriz: Somos 18.

Jéssica G: Deixa-me contar.

Beatriz: Não é preciso, eu sei que somos 18. Ai, espera somos 19 por causa do Califo. O Califo também vai, não é?

Professora: O Califo faz ou não parte da turma?

Jéssica G: Faz pois.

Professora: Vocês é que sabem.

Beatriz: Sim, faz parte, vamos fazer.

(Monitorização da tarefa 1 – Viagem à Serra da Arrábida; 24-10-2013)

Considero ainda que por vezes não dava o apoio necessário a todos os alunos, pois apesar de dividir a turma em pares para resolverem o problema, o que diminuía o número de alunos para dar apoio, eu era apenas uma e não conseguia ajudar todos. Por isso, para ultrapassar esta dificuldade e para que todos os alunos tivessem o apoio devido, por vezes, pedia ajuda ao meu colega de estágio e à professora cooperante.

Ainda assim, a gestão do trabalho a pares, por vezes, mostrou-se difícil. Numa fase inicial da exploração das tarefas realizadas no âmbito deste estudo, alguns alunos rejeitavam fazer par com alguns colegas ou não queriam de todo trabalhar a pares. Efetivamente, os alunos desta turma não estavam habituados a realizar tarefas segundo esta modalidade de trabalho e pareciam não reconhecer as suas mais-valias. Este aspeto originava alguma destabilização no momento da realização das tarefas, obrigando-me a dar uma atenção especial à gestão do ‘funcionamento’ dos pares. Assim, na aula em que seria explorada a tarefa 4, decidi que os alunos o iriam resolver sozinhos para perceberem o quão importante era fazer o problema com um colega.

No final da exploração deste problema criei um espaço de debate sobre o modo como tem decorrido o trabalho a pares e os benefícios que este poderá trazer para todos os alunos. Como mostra o episódio seguinte, a turma chegou à conclusão que é muito

importante realizar trabalho a pares, pois podem pedir ajuda ao colega e discutir as suas opiniões e ideias.

Professora: Então o que acharam de fazer o trabalho sozinhos?

Antônio: Eu acho que me correu bem hoje e tive tudo certo.

Professora: Então gostas de trabalhar sozinho?

Antônio: Sim, porque eles não fazem o que eu quero.

Carolina: Mas hoje fizeste sozinho e estava bem, mas podia estar mal.

Professora: E se estivesse mal, não era bom ter um colega para dar a opinião dele?

Antônio: Sim, mas isso também é verdade.

Melany: Eu acho que devíamos fazer sempre a dois.

(Aula do dia 12-11-2013)

Apesar de alguns problemas de gestão dos pares terem persistido na exploração das tarefas seguintes, esta discussão parece ter contribuído para atenuar a resistência manifestada por alguns alunos a esta modalidade de trabalho. Na consequência da mudança de atitudes dos alunos sobre o trabalho a pares, atenuou-se uma das dificuldades que sentia durante os momentos de realização das tarefas, permitindo-me centrar em aspetos mais diretamente relacionados com as estratégias dos alunos na resolução das mesmas.

4.2.3. A seleção das resoluções dos alunos

Durante o meu estudo a prática “Selecionar” esteve muito associada à minha prática de “Antecipar”, pois quando fazia a antecipação dos problemas, já estava de uma certa maneira a escolher/selecionar as estratégias que queria que fossem apresentadas durante as discussões coletivas. Só no caso de surgir um caminho de resolução da tarefa que não tinha antecipado é que teria de tomar decisões se seria ou não apresentado à turma e em que ordem deveria surgir relativamente às outras estratégias já selecionadas e ordenadas.

Por exemplo quando, na tarefa 8, me deparei com uma estratégia que não estava incluída na minha “antecipação”, achei que fosse uma mais-valia para os alunos que essa estratégia “nova”, apresentada na figura 23, fosse discutida na sala de aula.

Por vezes aconteceu que a estratégia de resolução dos alunos estavam erradas. Nestes casos, sempre que considerei importante para a turma, optei por pedir aos alunos que os apresentassem. Foi o que aconteceu com a estratégia apresentada pelos alunos Melany e Alexandra na resolução da tarefa 5 (ver figura 20) e também o que aconteceu na apresentação da tarefa 4, perante as resoluções apresentadas pelos alunos Cristiana e Luís (ver figuras 27 e 28, respetivamente). Na verdade, estes dois alunos deveriam ter recorrido à operação multiplicação para resolver o problema, efetuando o produto 6×125 , mas recorreram à adição.

Handwritten work of Cristiana. At the top right, the name "Cristiana" is written. In the center, there is a vertical addition problem:
$$\begin{array}{r} 125 \\ + 6 \\ \hline 131 \end{array}$$
 The entire calculation is circled. Below the calculation, the response is written: "R: da escola chegaram 131 batatas".

Figura 27 - Procedimento errado utilizado pela Cristiana

Handwritten work of Luís. At the top right, the name "Luís" is written. In the center, there is a vertical addition problem:
$$\begin{array}{r} 125 \\ + 6 \\ \hline 131 \end{array}$$
 Below the calculation, the response is written: "R: Chegaram 131 à escola".

Figura 28 - Procedimento errado utilizado pelo Luís

Considero também que fui estabelecendo uma relação entre o momento de monitorização e o momento de seleção das estratégias. Como referi anteriormente, enquanto os alunos iam resolvendo as tarefas, escrevia no quadro os nomes dos alunos que iam apresentar as estratégias aos colegas. No final da realização das tarefas tomava ainda algumas opções, mas os meus registos no quadro acabariam por fazer parte do processo de seleção de estratégias a apresentar à turma.

Desafios

A prática de seleção de estratégias constituiu um desafio para mim. Desde logo, uma das dificuldades é compreender se os registos dos alunos traduzem uma das estratégias por mim antecipadas e, comparando algumas delas entre si, se efetivamente correspondem a estratégias diferentes. Na verdade, muitos dos registos dos alunos surgem de modo desorganizado e omitem passos do seu raciocínio, tornando difícil compreender o caminho que seguiram na resolução das tarefas.

A seleção dos pares de alunos para apresentarem as suas estratégias constituiu também um forte desafio. Como já referi anteriormente, selecionei os alunos ou pares de alunos para apresentarem as suas estratégias, sempre que estas eram diferentes. Contudo, quando havia mais de um aluno ou par de alunos que tinha utilizado a mesma estratégia sentia algumas ambivalências nessa seleção.

Por exemplo, na tarefa 4 tive de selecionar entre alunos que tinham feito a mesma estratégia e para mim foi muito difícil ficar numa situação de escolha de alunos. A minha antecipação deste problema foi muito “pequena” como podemos verificar na figura 15. Apenas apresento duas estratégias de resolução e não pensei na possibilidade dos alunos fazerem um procedimento errado que foi o que aconteceu neste problema, por isso achei melhor que esse procedimento fosse apresentado à turma, até porque, foram dois alunos que fizeram o mesmo erro (ver figuras 27 e 28). Tive de escolher um deles para apresentar a estratégia à turma. Nesta situação, perguntei aos dois alunos, individualmente, se queriam fazer a apresentação da estratégia. Cristiana responde que não se sentia à vontade e Luís respondeu-me que até queria apresentar. Na figura 29 podemos observar o procedimento realizado por Luís, no quadro.

$$\begin{array}{r} \text{Luís} \\ 125 \\ - 73 \\ \hline 52 \end{array}$$

Figura 29 - Estratégia utilizada pelo Luís, apresentada no quadro

Em relação às outras duas estratégias utilizadas no problema 4, também tive de fazer uma seleção entre alunos, pois vários tinham a mesma estratégia. Mais uma vez, fiquei um pouco indecisa pelo facto de ter de fazer uma escolha entre alunos e não entre estratégias. A solução que encontrei foi procurar os alunos que se sentiam mais à vontade para apresentar, ou seja que conseguiam explicar bem a sua estratégia à restante turma.

Também as figuras 21 e 30 apresentam uma estratégia utilizada por dois alunos diferentes. Nesta estratégia os alunos utilizaram a mesma estratégia e o mesmo procedimento de cálculo, pelo que, mais uma vez, tive de escolher entre os dois alunos, o que iria apresentar a estratégia à turma. O aluno escolhido foi aquele que se sentia mais à vontade para apresentar a estratégia. Contudo, é importante referir que se os dois alunos se sentissem à vontade para apresentar, escolhia o aluno que tinha ido menos vezes fazê-lo.

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 125 \\
 125 \\
 125 \\
 125 \\
 125 \\
 + 125 \\
 \hline
 750
 \end{array}$$

Figura 30 - Estratégia utilizada pela Ana Cristina

Antes considerava que esta era uma boa solução, pois os alunos que se sentiam mais à vontade à frente dos colegas para explicarem o seu raciocínio conseguiam exprimir-se melhor e os restantes alunos compreendiam melhor. No entanto, os alunos que não se sentiam mais à vontade para apresentar também tinham de desenvolver esta competência. Portanto, neste momento pondero a minha opinião e penso que também devia ter dado oportunidade aos outros alunos.

4.2.4. A sequencianção das resoluções dos alunos

Esta prática era realizada praticamente ao mesmo tempo que fazia a seleção das estratégias que iriam ser apresentadas nas discussões coletivas. Para mim, esta prática também está relacionada com a antecipação, pois nas antecipações que realizava também fazia uma “espécie” de ordenação das apresentações.

Nas folhas onde fazia a “antecipação”, apresentava as estratégias possíveis de resolução do problema, sendo que essas poderiam ser as selecionadas para serem apresentadas e, no final, enumerava as estratégias, fazendo uma sequência da apresentação como podemos verificar nas figuras 15, 16, 17, 18 e 19. A sequência que normalmente fazia tinha como objetivo principal sequenciar as estratégias da mais simples para a estratégia que considerava pertencer ao nível superior de raciocínio do aluno.

É de referir que se houvesse um procedimento errado normalmente era apresentado no início da discussão coletiva, para que os alunos que utilizaram esses procedimentos errados tomassem mais atenção às próximas estratégias. No entanto, após a prática penso que esta não foi a melhor opção. Por exemplo no problema 4, como já referi houve dois alunos que fizeram um procedimento errado. Este procedimento (ver figura 29) foi apresentado em primeiro lugar pelas razões já enunciadas. Na figura 31 podemos observar a sequência das estratégias apresentadas relativas à tarefa 4.

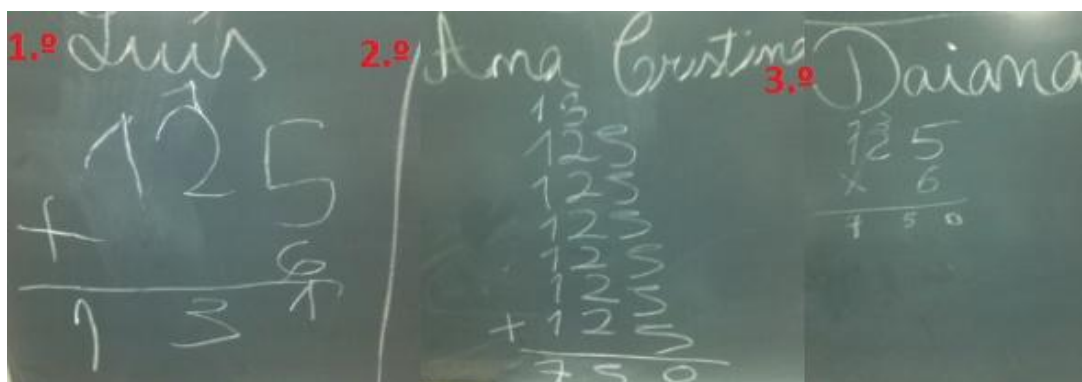


Figura 31 - Sequência das estratégias apresentadas da tarefa 4

Neste momento considero que a estratégia do Luís deveria ter sido apresentada em segundo lugar, uma vez que este procedimento está ligado com a estratégia que foi apresentada em terceiro lugar. Efetivamente, durante a apresentação da estratégia do Luís, os restantes alunos da turma perceberam que o erro estava na operação utilizada.

A sua ‘correção’ fez surgir, naturalmente, aquela que foi a última estratégia selecionada para ser apresentada à turma, isto é a terceira.

Desafios

Tal como já referi, quando fazia a antecipação do problema, já pensava também na sequência das estratégias e normalmente, na sala de aula, a apresentação das estratégias respeitava a sequência que previra. O facto de surgirem poucas estratégias diferentes na sala de aula, comparativamente com as que tinha previsto suscitava-me alguma preocupação, principalmente se a que considerava a mais eficaz não tivesse surgido. Nestas situações optei por ser eu a apresentar a estratégia que considerava importante que os alunos conhecessem e compreendessem.

Por exemplo, na antecipação das estratégias da tarefa 10 (ver figura 19), tinha presente quatro estratégias que estavam ordenadas para a apresentação, mas apenas duas estratégias foram apresentadas, a primeira estratégia e a terceira estratégia (ver figuras 32 e 33, respetivamente).

Pão de trigo com fiambre.
Pão de trigo com manteiga.
Pão de trigo com queijo.

Pão de centeio com fiambre.
Pão de centeio com manteiga.
Pão de centeio com queijo.

~~E: da sua página é santes.~~

Figura 32 - Estratégia utilizada pela Beatriz e pela Daiana

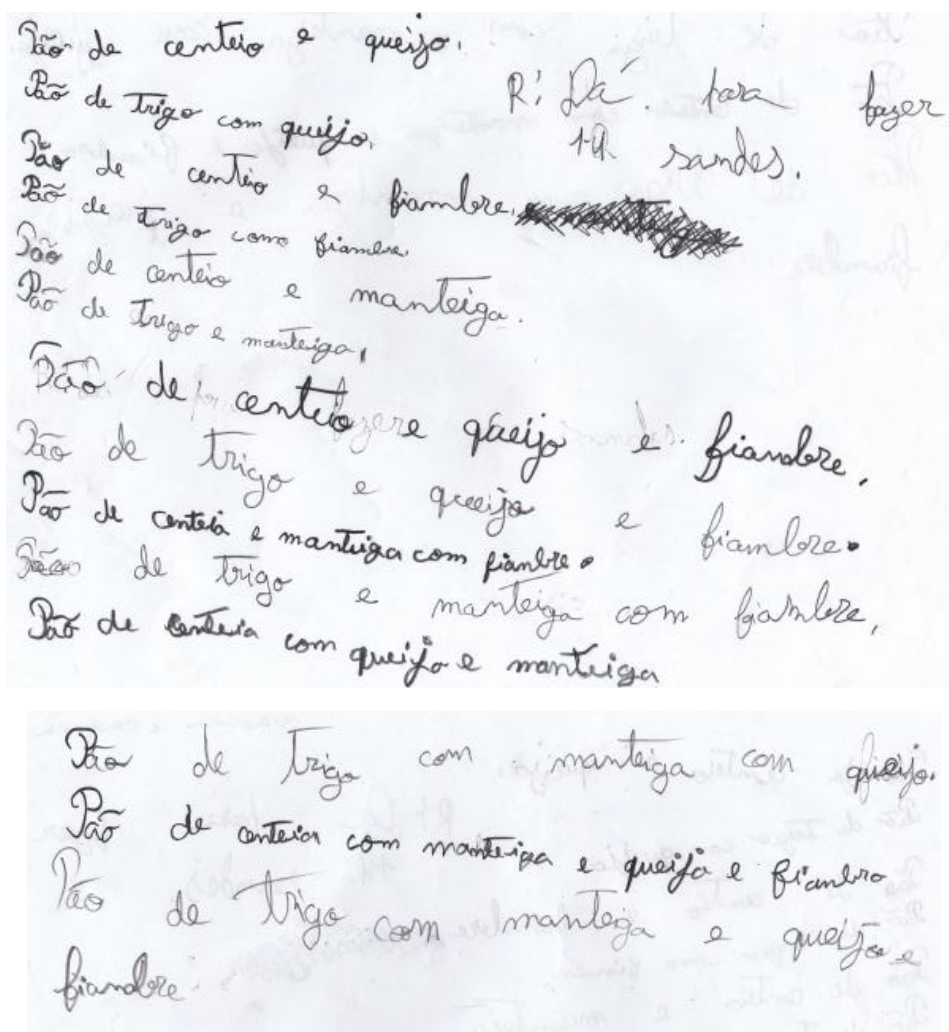


Figura 33 - Estratégia utilizada pela Carolina e pela Cristiana

Os restantes alunos não utilizaram nenhuma estratégia correta, pois esqueceram-se de alguns ingredientes, portanto não chegaram ao número total de sandes. Por isso, achei por bem chamar a atenção dos alunos para a quarta estratégia da minha antecipação (ver figura 19).

4.2.5. A gestão da apresentação e da discussão das resoluções dos alunos

Depois de selecionadas as estratégias que seriam apresentadas à turma, os respetivos alunos iam sendo chamados ao quadro. Estes apresentavam a sua estratégia e eu pedia algumas justificações e clarificações dos seus discursos de modo a tornar explícitos os seus raciocínios para a turma, tal como mostra o seguinte excerto:

Professora: Como é que vocês chegaram aos 4 euros e 20?

Rodrigo: Porque o gelado é 80 cêntimos.

Professora: Fizeram uma conta ou fizeram de cabeça?

António: Fizemos uma conta. 5 Euros menos 80 cêntimos e deu 4 euros e 20.

(Discussão da tarefa 3 – O gelado do João; 5-11-2013)

O estilo interrogativo visava sobre tudo obter explicações dos alunos. Por vezes, questionava-os em tom de dúvida, para que os alunos explicassem melhor o que tinham pensado, como podemos observar seguinte episódio.

Professora: Então? Eu já estou a ficar confusa. Vamos lá ver. Primeira pergunta: A conta está certa, ou não?

Alunos: Não.

António: É o sinal!

Professora: Qual sinal?

António: O de mais.

Luís: É de vezes.

Professora: Então é 9 vezes 24, vezes 3, vezes 24?

Alunos: Não.

António: É 9 vezes 24 e 3 vezes 24.

Professora: E depois?

Alexandra: Se calhar é para juntar.

Professora: E tu, Melany o que é que achas?

Melany: Eu não concordo.

Professora: Então, achas que é assim como vocês fizeram?

Melany: Não sei.

Professora: Vamos lá pensar. O que é que é o 9?

Jéssica G: As paletes.

Professora: Muito bem, são as caixas. E cada caixa, quantos leites tem?

Alunos: 24.

Professora: 9 paletes hão de ter muito mais, não é?

Alunos: Pois.

Professora: Então tínhamos de fazer 9 mais 24?

Alunos: Não.

Catarina: Era 9 vezes 24.

(Discussão da tarefa 5 – Pacotes de leite; 19-11-2013)

Ainda nesta prática chamava a atenção dos alunos para resoluções erradas, tentando que os alunos compreendessem o que não estava correto e porquê.

Professora: Pronto, então em primeiro lugar a conta está certa. Mas será que era esta conta que tínhamos de fazer?

Alunos: Não.

Professora: Então vamos lá ver. O que é os 125?

Alunos: As batatas.

Professora: Então o Luís somou 125 batatas com 6 sacos que deu 131.

Carolina: Mas 131 não dava.

Professora: O que é que queres dizer com 131 não dava.

Carolina: Estou a ficar baralhada.

António: Eu sei o que está mal. A conta não é de mais é de vezes.

(Discussão da tarefa 4 – As batatas que chegaram à escola; 12-11-2013)

Uma das minhas preocupações no momento de discussão das tarefas era manter todos os alunos atentos e a participar nessa discussão. Assim, por vezes optava por me dirigir aos que estavam distraídos, perguntando-lhes: “Vocês também fizeram assim?”. Incentivei também que os alunos colocassem questões aos colegas. Ao longo de várias apresentações é visível que os alunos já iam colocando questões aos colegas, tal como ilustra o seguinte episódio.

Melany: Calem-se lá que eu quero falar. Mas Carolina, como é que vocês pensaram logo em 10 carteiras?

Carolina: Porque era mais fácil, assim tínhamos logo 60 cromos em 10 carteiras.

Professora: Então falta apontarem aí as 10 carteiras.

(A Cristiana acrescenta à frente da conta: 10+10 carteiras)

Carolina: Este é das primeiras e este da segunda.

Fábio: Cristy, as carteiras é o que está aí à frente?

Cristiana: Sim.

Alexandra: Põe maior.

(Discussão da tarefa 8 – Vamos comprar (2); 9-12-2013)

Também durante as apresentações dos alunos colocava-lhes novos desafios como podemos observar no próximo episódio.

Professora: Quantos tipos de pão é que tínhamos?

Alunos: 2.

Professora: 2. E se nós tínhamos 7 hipóteses para um tipo de pão. Quantas hipóteses temos para 2?

Cristiana: Como é 2, é 2 vezes 7 que dá 14.

Professora: E se houvesse pão de milho, também?

Carolina: Assim eram 21.

Professora: Porquê?

Carolina: Porque é assim a tabuada. Está a ver o 7, nós fizemos 2 pães. Depois vamos assim e é 14. (apontando para a tabuada que está afixada na sala de aula)

Professora: E se fossem 3 tipos?

Alunos: 21.

(Discussão da tarefa 10 – Quantos tipos de sandes?; 6-1-2014)

Organizar os momentos de discussão desta forma, foi uma experiência nova para mim. Surpreendi-me pelo meu à vontade em pedir as justificações das estratégias utilizadas pelos alunos e pelas questões que colocava.

Desafios

No início do meu projeto, no momento da apresentação das estratégias, os alunos registavam as estratégias no quadro e explicavam-na, o que demorava muito tempo. Esta situação, por vezes, contribuía para a dispersão de alguns alunos. Para a evitar passei eu a registar as estratégias no quadro. Para além do problema do tempo resolvi também outro (tornar mais perceptível os registos efetuados no quadro).

Durante as discussões coletivas, reconheço que por vezes nas apresentações das estratégias não dava voz suficiente aos alunos. Apesar de considerar essencial que os alunos discutam entre si as estratégias que utilizaram e coloquem questões uns aos outros, a análise dos episódios de sala de aula mostram que muitas vezes os interrompi ou centrei o discurso em mim. Este modo de atuação liga-se com o receio de os alunos não perceberem bem as explicações dos colegas. Ainda assim, considero que ao longo do desenvolvimento do projeto fui conseguindo progressivamente dar mais voz aos alunos, incentivando os colegas a colocar questões aos alunos que apresentavam as suas estratégias. O episódio seguinte ilustra uma destas situações.

Professora: Tem de perguntar aos vossos colegas se tiverem alguma dúvida.

António, pergunta aos teus colegas se eles estão a perceber o que tu estás a fazer.

(Alguns alunos dizem sim, outros dizem não)

Professora: Olha, pede a um colega que explique o que vocês estão a fazer.

António: Fabiana, tu percebeste? Podes explicar?

Fabiana: Sim.

Catarina: Eu não estou a perceber.

Professora: Ouviram? Ela disse que assim não está a perceber a conta.

Catarina: É porque tem uma vírgula aí.

Carolina: Então cada parte tem um valor. Olha, deste lado que estão os zeros são os cêntimos e o 5 é os euros. Não podem estar misturados.

(Discussão da tarefa 3 – O gelado do João; 5-11-2013)

É de salientar que, nem eu, nem os alunos, estávamos habituados a este tipo de momentos em sala de aula, os alunos estavam acostumados a ouvir o professor, praticamente não colocavam questões e a apresentação de estratégias para a restante turma era muito difícil para os alunos. Nas primeiras discussões coletivas das tarefas, por várias vezes, tive de chamar a atenção do aluno que estavam a apresentar a sua estratégia para falar para os colegas e não para mim.

Professora: Alguém quer vir tentar explicar o que elas disseram?

Catarina: Podemos escolher?

Professora: Sim.

Daiana: O Daniel.

Professora: Vem cá Daniel. Tens de falar para eles.

Daniel: Tem aqui 10 vezes 8 que é 80.

Professora: Porquê? O que é o 10 e o que é o 8?

(Discussão da tarefa 7 – Vamos comprar cromos (1); 2-12-2013)

4.2.6. O estabelecimento de conexões entre as estratégias

O estabelecimento de conexões corresponde a um momento da prática de discussão coletiva em que o professor compara as várias estratégias, estabelecendo conexões entre formas de pensar e entre diferentes representações. Esta prática foi

muito difícil para mim, pois só neste momento de análise dos dados é que me apercebi do quanto esta prática é importante e que não consegui desenvolvê-la de acordo com os aspetos acima referidos.

Desafios

Ainda assim, por vezes tentei estabelecer conexões entre as estratégias. Contudo, esta prática focou-se na comparação entre procedimentos de cálculo diferentes ou entre os que estavam certos e os que estavam errados. O seguinte episódio ilustra uma destas situações em que se comparam dois procedimentos de cálculo (um certo com um errado).

Professora: Pois é, alguns meninos até fizeram 125 vezes 6 mas o resultado não deu certo, não deu 750. E agora a Daiana já fez a conta certa. Portanto, 125 vezes 6 é igual a...

Alunos: 750.

Catarina: Mas ela esqueceu-se de pôr aqui o 1. Porque 6 vezes 1 é 6 mais 1 é 7.

Professora: Pois é. Então e agora a conta da Ana Cristina deu 750 e a conta da Daiana também.

António: A minha também.

Professora: E de outros meninos também. Qual é que está certa?

Catarina: As duas, porque é a mesma coisa e a resposta é que chegaram 750 batatas.

(Discussão da tarefa 4 – As batatas que chegaram à escola; 12-11-2013)

Portanto, considero que nesta prática relacionava as estratégias apresentadas, no entanto não salientava eventuais pontes de ligação entre as diferentes estratégias, de forma a ajudar os alunos que apresentam estratégias menos eficazes a evoluir para estratégias mais eficazes

CAPÍTULO V – Conclusão

Esta investigação tem como objetivo descrever e compreender as práticas do professor de seleção/adaptação/construção de tarefas de matemática e de orquestração de discussões coletivas dessas tarefas. Mais concretamente visa identificar e compreender as preocupações que orientam a seleção/adaptação/construção das tarefas, os desafios que se colocam neste tipo trabalho, os aspetos que se destacam nas práticas de orquestração das discussões coletivas em torno das tarefas e os desafios que se colocam no desenvolvimento destas práticas.

O projeto de investigação foi desenvolvido durante a prática pedagógica em contexto de estágio e foi sustentado por uma metodologia que segue uma abordagem interpretativa, de tipo qualitativo. Constitui uma investigação sobre as minhas próprias práticas de seleção/adaptação/construção de tarefas e de orquestração de discussões coletivas referentes a essas tarefas. Foi realizado numa turma de 3.º ano de escolaridade da Escola Básica N.º1/Jardim de Infância Professor Bento Jesus Caraça.

Este capítulo encontra-se organizado em duas secções. Na primeira apresento as conclusões da investigação, dando resposta às questões que formulei. Na segunda, faço uma reflexão sobre o desenvolvimento do projeto.

5.1. Conclusões da investigação

As conclusões serão organizadas a partir das questões de investigação; (i) Que preocupações orientam a seleção/adaptação/construção das tarefas? (ii) Que desafios se colocam na seleção/adaptação/construção das tarefas? (iii) Que aspetos se destacam nas práticas de orquestração de discussões coletivas? (iv) Que desafios se colocam no desenvolvimento das práticas de orquestração de discussões coletivas?

5.1.1. Preocupações que orientam a seleção/adaptação/construção das tarefas

As situações associadas aos contextos constituem uma das preocupações na seleção/adaptação/construção das tarefas. Mais concretamente, a possibilidade dessas situações serem próximas das vivências dos alunos, por facilitar a atribuição de sentido às tarefas e por poder contribuir para uma maior motivação dos alunos para a sua resolução. A relação entre a proximidade dos contextos às vivências dos alunos e a facilidade de estes atribuírem sentido às tarefas numéricas e de se envolverem na resolução das mesmas é um dos aspetos salientados por Fosnot e Dolk (2001).

Uma outra preocupação que se evidencia, ainda relacionada com os contextos das tarefas, relaciona-se com os números envolvidos nas mesmas. A este nível destaca-se o aumento gradual da grandeza dos números envolvidos nas tarefas e a sua escolha intencional para poder suscitar o uso de determinadas estratégias de resolução dos problemas. Este último aspeto é salientado por Mendes (2012), afirmando que os números envolvidos nos contextos das tarefas influenciam os procedimentos de cálculo usados pelos alunos na resolução das mesmas.

Não propor tarefas difíceis, no sentido dos alunos evidenciarem dificuldades em resolvê-las, evitando a desmotivação dos mesmos, é também uma das preocupações evidenciadas no momento da seleção/adaptação/construção das tarefas. Quer esta preocupação, quer as que se relacionam com os contextos acima referidas, são preocupações assinaladas por Delgado (2013), num estudo que incluiu a análise das práticas de professores de seleção/adaptação/construção de tarefas numéricas.

A possibilidade das tarefas suscitarem discussões coletivas ricas conduz à escolha de um tipo específico de tarefas – os problemas. Com o desenvolvimento da investigação, acresce a preocupação dos problemas suscitarem o uso de diferentes estratégias de resolução por parte dos alunos, para que estas discussões sejam efetivamente produtivas. Finalmente, a antecipação das estratégias dos alunos, ainda que realizada de modo informal, durante a fase de seleção/adaptação/construção das tarefas, constituiu uma preocupação crescente ao longo do desenvolvimento da investigação.

Em suma, destacam-se as seguintes preocupações no momento da seleção/adaptação/construção das tarefas:

- As situações associadas aos contextos serem próximas das vivências dos alunos, para motivar os alunos para a realização da tarefa e para facilitar a atribuição de sentido aos problemas propostos;
- Os números envolvidos nos contextos das tarefas potenciarem o uso de determinadas estratégias na resolução das mesmas;
- As tarefas não serem muito difíceis para os alunos, evitando a sua desmotivação;
- Propor problemas, que suscitem o uso de diferentes estratégias, como forma de potenciar discussões coletivas produtivas;
- Incluir no momento da seleção/adaptação/construção das tarefas já alguma antecipação das estratégias dos alunos.

5.1.2. Desafios que se colocam na seleção/adaptação/construção das tarefas

Alguns dos desafios na seleção/adaptação/construção das tarefas surgem associados a preocupações que orientaram esta fase do trabalho em torno das tarefas, resultando quer de dificuldades em escolher tarefas que estivessem de acordo com essas preocupações, quer de dúvidas das opções a tomar.

A tentativa de evitar tarefas muito difíceis para os alunos implicou, quase sempre, a adaptação de tarefas dos materiais curriculares ou a construção de raiz de algumas delas. Ainda assim, a dúvida se as tarefas são adequadas para os alunos da turma, no sentido de estes revelarem, ou não, muitas dificuldades e interesse na sua resolução, persistia até que fossem exploradas na sala de aula. O receio de potenciais dificuldades dos alunos surge relacionado com a interpretação dos enunciados das tarefas e com a grandeza dos números envolvidos. O receio dos alunos não se envolverem na resolução as tarefas surge associado, não só às eventuais dificuldades que estes possam sentir, mas também com o facto das situações associadas aos contextos poderem não ser suficientemente motivadoras.

É também de referir a dificuldade em escolher tarefas que potenciam o surgimento de diversas estratégias de resolução. Este desafio é atenuado pelo recurso a materiais curriculares que incluem propostas de tarefas construídas nesta perspetiva e indicadas para o mesmo ano de escolaridade dos alunos.

Por fim, salienta-se as dúvidas em recorrer a mais de uma tarefa com a mesma situação associada ao contexto e com alterações apenas nos números envolvidos. Por um lado eram tarefas que propiciavam o surgimento de diferentes estratégias, por outro, corriam o risco de deixar de constituir um problema para os alunos.

Em suma, destacam-se os seguintes desafios no momento da seleção/adaptação/construção das tarefas:

- Escolher tarefas que sejam adequadas aos alunos da turma, no sentido de não serem muito difíceis e de despertarem o interesse dos alunos, envolvendo-os na sua resolução;
- Escolher tarefas que potenciam o surgimento de diversas estratégias de resolução;
- Propor tarefas que deixem de constituir um problema para os alunos, mesmo que suscitem o uso de diversas estratégias.

5.1.3. Aspetos que se destacam nas práticas de orquestração de discussões coletivas

Identificam-se as seguintes práticas de orquestração das discussões coletivas: (i) antecipação, (ii) monitorização, (iii) seleção, (iv) sequenciação, (v) gestão da apresentação e da discussão e (vi) estabelecimento de conexões.

Relativamente à antecipação das resoluções dos alunos destacam-se os seguintes aspetos: (i) exige que o professor se coloque no lugar do aluno, tentando pensar como eles, (ii) para além das estratégias possíveis de resolução da tarefa, deve incluir também possíveis resoluções que incluam erros para preparar o professor para lidar com essas resoluções na sala de aula (iii) deve ser completada com uma ordenação das estratégias, como forma de apoiar o trabalho do professor na sala de aula no momento de sequenciação das mesmas.

No que diz respeito à monitorização das resoluções dos alunos destaca-se o valor atribuído: (i) à observação do trabalho que os alunos estão a realizar para ter uma perceção sobre o modo como os alunos estão a reagir à tarefa, percebendo se estão, ou não, a compreendê-la e a seguir caminhos ‘certos’, (ii) ao questionamento sobre o modo como os alunos estão a resolver as tarefas, para se ir apercebendo dos raciocínios dos mesmos e (iii) ao registo, no quadro, dos nomes dos alunos que apresentam estratégias diferentes, como forma de apoiar o momento em que o professor seleciona os alunos para apresentarem as suas estratégias à turma.

É realçada a importância que, tanto o momento de antecipação, como de monitorização das resoluções dos alunos, tem para a prática de selecionar as resoluções dos alunos. Salienta-se, ainda, a importância do professor selecionar também resoluções que apresentem erros, principalmente quando estes surgem em mais do que uma resolução na turma.

A sequenciação das estratégias é realizada tendo por base a ordenação das resoluções dos alunos, efetuada no momento de antecipação. Na prática de sequenciação valoriza-se a ordenação das estratégias dos alunos por ordem crescente de eficácia das mesmas e observa-se uma mudança de perspetiva sobre o momento em que devem ser apresentadas as resoluções que têm erros. No início do desenvolvimento desta investigação, estas resoluções eram encaradas como devendo ser as primeiras a ser apresentadas à turma. No final do desenvolvimento do mesmo, o momento adequado para serem apresentadas surge associado ao erro efetuado.

Relativamente à apresentação e discussão das estratégias dos alunos destaca-se o valor atribuído: (i) ao pedido de justificações e clarificações aos alunos, de modo a tornar explícitos os seus raciocínios para a turma, (ii) perguntar aos alunos, que se encontram distraídos, se a sua estratégia de resolução é igual à que está a ser apresentada e (iii) chamar a atenção para erros que foram frequentes, (iv) colocar novos desafios aos alunos, caso considere oportuno e (v) incentivar os alunos a colocar questões aos colegas que apresentam as suas resoluções e a debater ideias.

Finalmente, no que diz respeito ao estabelecimento de conexões entre as estratégias, durante a prática pedagógica, traduziu-se na comparação entre

procedimentos de cálculo diferentes ou entre os que estavam certos e os que estavam errados.

5.1.4. Desafios que se colocam nas práticas de orquestração das discussões coletivas

Os desafios que destacam na prática antecipação das resoluções dos alunos são os seguintes: (i) a dificuldade em conseguir pensar no modo como os alunos pensam, porque exige ter uma boa percepção dos conhecimentos dos alunos, do tipo de procedimentos que costumam usar e das dificuldades que vão revelando e (ii) o receio de não antecipar todas as estratégias que possam surgir na sala de aula.

No que respeita aos desafios da prática de monitorização das resoluções dos alunos, salienta-se que por vezes apareceram estratégias realizadas pelos alunos, que eu não tinha feito na minha antecipação da tarefa, tornou-se um desafio pois tinha de analisar a estratégia para perceber se era interessante para ser apresentada e discutida pela turma.

Os desafios evidenciados na monitorização das resoluções dos alunos prendem-se com: (i) a dificuldade de compreender os raciocínios dos alunos, (ii) o receio de dar aos alunos uma resposta ao problema, quando estes solicitam apoio para avançar na sua resolução, (iii) a dificuldade de fornecer o apoio necessário a todos os pares de alunos e (iv) a dificuldade gerir a rejeição de alguns alunos em trabalhar a pares.

Destacam-se três desafios na prática de seleção das resoluções dos alunos: (i) a dificuldade em compreender se os registos dos alunos correspondem a estratégias antecipadas, (ii) a dificuldade em compreender se, efetivamente, algumas das estratégias dos alunos são diferentes e (iii) a dúvida em escolher os alunos para apresentarem as suas estratégias, de entre os que apresentam a mesma estratégia.

No que respeita à sequenciação das resoluções dos alunos salientam-se dois desafios. Um traduz-se em alguma tensão pelo facto de surgirem poucas estratégias diferentes na sala de aula, principalmente se a antecipação revela um maior número de estratégias possíveis. O outro relaciona-se com a dificuldade definir a ordem pela qual as estratégias devem ser sequenciadas.

A gestão da apresentação e da discussão das resoluções dos alunos desencadeou vários desafios: (i) gerir o tempo das apresentações dos alunos, (ii) contrariar a tendência de não dar voz suficiente aos alunos e (iii) conseguir que os alunos coloquem questões uns aos outros.

Finalmente, o estabelecimento de conexões entre as estratégias apresentadas é a que constitui o maior desafio pela dificuldade em estabelecer pontes de ligação entre as diferentes estratégias.

5.2. Reflexão sobre o desenvolvimento do projeto

A minha reflexão sobre o desenvolvimento desta investigação centra-se nas opções metodológicas, nas aprendizagens dos alunos e nos aspetos que aprendi com esta investigação e que considero serem fundamentais para a minha futura vida profissional.

Relativamente à metodologia adotada, considero que, globalmente, os métodos de recolha de dados se mostraram adequados. Contudo, há um momento de trabalho em torno das tarefas sobre o qual tive algumas dificuldades em recolher dados. Refiro-me ao momento de monitorização das tarefas, em relação ao qual os registos áudio são pouco audíveis, ou mesmo inaudíveis. Esta situação levou a um grande esforço da minha parte em reconstruir os diálogos que estabeleci com os alunos na sala de aula. Ainda assim, considero que houve situações que não consegui reconstruir ou reconstruir totalmente. Esta dificuldade poderia ter sido evitada se me tivesse feito acompanhar do gravador sempre que me aproximava dos alunos ou, atenuada, se a reconstrução desses diálogos tivesse sido feita imediatamente a seguir à aula terminar.

Ainda em relação à metodologia adotada, considero que deveria ter optado por realizar relatórios de cada uma das aulas em que explorei as tarefas no âmbito desta investigação. Para além da elaboração destes relatórios me permitir aperceber atempadamente da necessidade de melhorar a recolha de dados no momento de monitorização das tarefas, poderia ter constituído uma forma mais organizada de refletir sobre as minhas próprias práticas de orquestração de discussões coletivas, aspeto que poderia ter facilitado a análise dos dados no momento da elaboração deste relatório.

Focando-me agora na aprendizagem dos alunos, recordo que uma das motivações para a realização deste estudo foi o facto de ter identificado que estes revelavam algumas dificuldades na resolução de problemas. O tempo do desenvolvimento do projeto na prática pedagógica é muito curto para poder afirmar que os alunos desenvolveram a capacidade de resolução de problemas. Ainda assim, considero que, à medida que se foram explorando este tipo de tarefas na sala de aula, houve uma maior confiança e autonomia dos alunos em se envolver na sua resolução e que alguns foram evoluindo nas estratégias utilizadas. Pude também observar que, ao longo do desenvolvimento do projeto, para além dos alunos mostrarem maior facilidade em partilhar com os colegas as suas estratégias e em ouvir os colegas, foram também revelando mais facilidade em verbalizar os seus raciocínios.

Finalmente, centro-me nos aspetos que aprendi ao longo do desenvolvimento desta investigação sobre a minha própria prática. Começo por salientar a importância de como futura professora analisar cuidadosamente as tarefas a propor aos alunos. Para além dos conteúdos que permitem abordar é importante pensar nas estratégias que podem suscitar, sendo fundamental atender às características dos contextos.

Analisando retrospectivamente o meu percurso no desenvolvimento desta investigação, considero que quando inicio a recolha de dados não tinha a noção da complexidade de que se reveste a orquestração de discussões coletivas nem um conhecimento suficientemente aprofundado sobre algumas das práticas que contribuem para que estas ocorram de forma produtiva.

Na verdade, foi a partir da exploração da tarefa 4 que tentei implementar as cinco práticas de orquestração de discussões coletivas propostas por Stein, Engle, Smith e Hughes (2008), tal como são sugeridas por estes autores. Considero que globalmente fui melhorando as minhas práticas de orquestração de discussões coletivas das tarefas e adquirindo uma maior consciencialização do que elas envolvem. Fui-lhes reconhecendo uma crescente importância e sentindo mais segurança na sua implementação. Ainda assim, considero que o estabelecimento de conexões, mostra-se particularmente difícil de colocar em prática e tal, como refiro nas conclusões deste trabalho, considero que não foram totalmente entendidas e concretizadas durante o momento da prática pedagógica. Só na escrita deste relatório é que me apercebo efetivamente da complexidade desta prática e do tipo de trabalho que exige ao professor.

Assim, considero que esta investigação contribuiu para uma melhoria das minhas práticas de orquestração de discussões coletivas produtivas, para uma maior consciencialização da importância das mesmas na aprendizagem dos alunos e para refletir sobre as características das tarefas que potenciam estas práticas. Como professora de 1.º ciclo do Ensino Básico, penso continuar a investir na melhoria destas práticas pela importância que lhes reconheço na promoção das aprendizagens dos alunos na área da Matemática.

Referências bibliográficas

- Afonso, N. (2005). *Investigação naturalista em educação*. Porto: Edições ASA.
- Alves, L. & Mamede, E. (2011). A comunicação matemática – Uma análise da prática de professores do 1º ciclo do ensino básico. *Atas do Seminário de Investigação em Educação Matemática, XXII*. Lisboa: APM
- Bell, J. (1997). *Como realizar um projeto de investigação*. Lisboa: Gradiva.
- Bento, A. (2012, Abril). Investigação quantitativa e qualitativa: Dicotomia ou complementaridade? *Revista JA (Associação Académica da Universidade da Madeira)*, 64(VII) (pp. 40-43).
- Bishop, A. & Goffree, F. (1986). Classroom organization and Dynamics. *Perspectives on mathematics education*, 309-365.
- Boavida, A. (2005). *A argumentação em matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Boavida, A. (2006). A argumentação na aula de Matemática: Olhares sobre o trabalho do professor. *Atas do Seminário de Investigação em Educação Matemática, XVI*, 1-31. Lisboa: APM
- Boavida, A., Cebola, G., Paiva, A., Pimentel, T. & Vale, I. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa. Ministério da Educação – DGIDC.
- Boavida, A. & Menezes, L. (2012). Ensinar Matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e racionar: contornos e desafios. *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática*. (pp. 287 – 295). Portalegre: Sociedade Portuguesa em Educação Matemática [SPEM].
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Canavarro, A. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Revista Educação & Matemática (115)*, 11-17.

Carmo, H. & Ferreira, M. (1998). *Metodologia da Investigação – Guia para Auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Carvalho, R. & Ponte, J. (2014). O papel das tarefas no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental com números racionais. *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (p. 223-242). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Chamberlin, M. (2005). Teacher's Discussions of Student's Thinking: Meeting the Challenge of Attending to Student's Thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education* (8), 141-170.

Delgado, C. (2013). *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido do número: Um estudo no 1.º ciclo* (Tese de Doutoramento). Lisboa: Universidade de Lisboa – Instituto de Educação.

Fosnot, C., & Dolk, M. (2001b). Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division. Portsmouth, NH: Heinemann.

Guerreiro, A. (2010). O papel do outro (aluno) na comunicação matemática – práticas de uma professora do 1º ciclo. *Investigação em Educação Matemática*, 211-223.

Lopes, A., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J., Oliveira, M., Salgado, M., Bastos, R. & Graça, T. (1999). *Actividades matemáticas na sala de aula*. Lisboa: Texto Editora.

Martinho, M. (2007). *A comunicação na sala de aula de Matemática: um projeto colaborativo com três professoras do ensino básico*. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Martinho, M. & Ponte, J. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. *Atas do Seminário de Investigação em Educação Matemática XVI*, 273-293. Lisboa: APM.

Menezes, L., Santos, F., Silva, A. & Trindade, A. (2003) - Investigar a comunicação matemática no 1.º Ciclo. *Millenium – Revista do ISPV*, 27.. [Consult. 10 Out. 2013]. Disponível em: www.ipv.pt/millenium/Millenium27/default.htm.

Mendes, F. (2012). A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: Um estudo com alunos do 1.º ciclo. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa – Instituto de Educação)

Mestre, C. & Oliveira, H. (2012). A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4º ano. *Quadrante*, XXI (2), 111-138.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática. Ensino Básico*. Obtido em 2, de julho de 2013, de

http://www.dge.mec.pt/data/dgidc/noticias/Metas/Programa_Matematica_Basico.pdf.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000/2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (Documento original em Inglês, publicado em 2000).

National Council of Teachers of Mathematics. (1991/1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional. (Documento original em Inglês, publicado em 1991).

Oliveira, H., Menezes, L. & Canavarro, A. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, XXI (2), 29-53.

Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms*. London: Routledge.

Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas* (Tradução do original em inglês de 1945). Lisboa: Gradiva.

Ponte, J. & Serrazina, L. (2000). *Didática da Matemática do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. (2002). Investigar a nossa própria prática. In *Refletir e Investigar sobre a prática profissional*. (pp. 5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática [APM].

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34. Lisboa: APM.

Ponte, J., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J., Veia, L. & Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação* 20(2), 39-74.

Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico - PFCM (2010). *Orquestrar discussões coletivas: cinco práticas essenciais*. Lisboa: ME-DGIDC.

Schoenfeld, A. (2002). A Highly Interactive Discourse Structure. *Social Constructivist Teaching, Volume 9*, 131-169.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para a investigação. *Bolema*, 14, 66-91.

Stein, M. (2001). Mathematical Argumentation: Putting Umph into Classroom Discussions. *Mathematics Teaching in the middle school*, 110-112.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning* 10(4), 313-340.

Stein, M. & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Mathematics Teaching in the middle school* 3(4), 268-275.

Stylianides, A. & Stylianides, G. (2008). Studying the classroom implementation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in “real-life” contexts. *Teaching and Teacher Education* 24, 859-875.

Vale, I. & Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da matemática*, pp. 347-360. Portalegre: SPIEM.

Walls, F. (2005). *Challenging Task-driven Pedagogies of Mathematics*, 751-758.

Wells, G. (2000). Dialogic inquiry in education: Building on the legacy of Vygotsky. *Vygotskian perspectives on literacy research*, 51-85.

Anexos

Registo inicial do problema 1

Atividade – Comunicação matemática

1. A professora apresenta à turma um problema:

“Quero fazer uma visita de estudo à Serra da Arrábida, o autocarro tem 42 lugares, mas lá na Serra da Arrábida, há apenas um jipe que só leva 5 pessoas à visita e nele tem de estar pelo menos um professor. Quantas viagens o jipe terá de fazer, para que todos os alunos consigam visitar a Serra?”

2. A professora entrega o problema a cada par de alunos e espera que estes tentem resolver o problema.
3. Ao longo da resolução, poderá existir algumas perguntas:
 - Quantos alunos estão na turma? **(19)**
 - O jipe terá condutor? **(Sim)**
 - Quem conduz o jipe? **(Condutor próprio)**
4. Quando terminarem, a professora vai escolhendo alguns pares para apresentarem;
5. Ao longo das apresentações, a professora terá o papel de medidor para que haja uma comunicação entre os alunos.
 - Perguntando se perceberam e o que não perceberam;
 - Pedir a outro aluno que explique o que outros disseram;
 - Saber se alguém tem dúvidas;
 - Até colocar algumas questões que anteriormente mencionadas.

Registo inicial do problema 2

$168 + 8 = 176$

1 autocarro (40) \rightarrow $\frac{176}{-40}$
136

$\frac{136}{-52}$ 1 de (52)
84
 $\frac{84}{-52}$ 1 de (52)
32
 $\frac{32}{40}$ 1 de (40)
40
 $\frac{40}{-32}$ sobra 8

$\frac{136}{-52}$ 1 de (52)
84
 $\frac{84}{-40}$ 1 de (40)
44

$\frac{136}{-70}$ 1 de (70)
66
 $\frac{66}{70}$ 1 de (70)
70
 $\frac{70}{-66}$ sobra 4

$\frac{136}{-70}$ 1 de (70)
66
 $\frac{66}{-52}$
14

1 autocarro (40)
2 autocarros (70)
Sobra 4 lugares

Registo inicial do problema 3

O João foi comprar um gelado que custava 80 cêntimos e pagou com uma nota de 5 EUROS. Recebeu de troco 5 moedas. Que troco recebeu ele e em que moedas?

$$5,00 - 0,80 = 4,20$$

1 Moeda (20 cent)	2 Moedas (10 cent)	2 Moedas (5 cent)	1 Moeda (20 cent)
4 Moedas (1 euro)	1 Moeda (2 euros)	1 Moeda (10 cent)	2 Moedas (50 cent)
	2 Moedas (1 euro)	2 Moedas (2 euros)	1 Moeda (1 euro)
			1 Moeda (2 euros)